

5º Lista de Exercícios de Física Estatística

Prof. Dr. Fabiano Ribeiro

June 3, 2013

1. Mostre que

$$N! = \int_0^{\infty} x^N e^{-x} dx. \quad (1)$$

Dica: use uma sequência de integrações por parte.

2. A função gama é definida por

$$\Gamma(N + 1) = \int_0^{\infty} x^N e^{-x} dx. \quad (2)$$

(a) Note que a função gamma coincide com $N!$ para valores inteiros positivos de N ;

(b) Mostre que $\Gamma(N) = (N - 1)\Gamma(N - 1)$;

(c) Mostre que $\Gamma(1) = 1$ e $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$.

3. Obtenha uma expressão para o volume de uma hipersfera de raio R num espaço de d dimensões.

4. Utilize o resultado do exercício anterior para calcular o volume do espaço de fase acessível a um gás clássico de N partículas monoatômicos, dentro de um recipiente de volume V , com energia entre E e $E + \delta E$ (com $\delta E \ll E$). Qual a forma da função entropia $S = S(E, V, N)$ desse sistema? Há algum tipo de problema nesse cálculo?

5. Considere um oscilador harmônico unidimensional com energia entre E e $E + \delta E$. O hamiltoniano clássico desse sistema é dado por

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2, \quad (3)$$

onde m é a massa e $k > 0$ é a constante de mola. Mostre que o espaço de fase acessível ao sistema é dado por

$$\Omega(E, \delta E) = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \delta E \quad (4)$$