

6º Lista de Exercícios de Física Estatística

Prof. Dr. Fabiano Ribeiro

June 11, 2013

1. Considere X uma variável aleatória que assume os valores discretos $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, com uma distribuição de probabilidades de Poisson:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (1)$$

onde λ é uma constante.

- (a) Mostre que a distribuição acima está normalizada.
- (b) Mostre que o valor esperado da distribuição é: $\langle X \rangle = \lambda$;

Dica: $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

2. Qual a probabilidade de se obter uma face “6” em 4 arremessos de um dado?
 - a) Resolva o problema usando a noção intuitiva de que “ou” está relacionado com a *soma* e “e” está relacionado com o *produto*;
 - b) Resolva o problema usando a *distribuição binomial*;
 - c) compare o resultado do item a) com o do item b).
3. Considere um gás ideal monoatômico. Obtenha expressões para as variações de entropia e quantidade de calor recebido e trabalho realizado numa expansão: a) isotérmica; b) adiabática; e c) isovolumétrica, em função dos volumes e temperaturas inicial e final. Verifique que na expansão adiabática a razão entre o volume final e inicial depende apenas da razão entre as temperaturas inicial e final.
4. Explique (no máximo 4 linhas por item): a) temperatura; b) pressão; c) energia interna; d) entropia; e) constante de Boltzmann; f) grandezas intensivas; g) grandezas extensivas;
5. a) O que é *Física Estatística*?
b) Qual o conjunto de regras para se usar o Ensemble Microcanônico? Ou seja, como se conecta os microconstituintes de um sistema com suas propriedades termodinâmicas?
6. Considere N partículas independentes de spin 1/2 e sujeitas a um campo magnético de intensidade B . Dessa forma, cada partícula pode assumir dois estados de energia: $E_i = -\mu_0 B$ ou $E_i = +\mu_0 B$, onde E_i é a energia da i -ésima partícula, e μ_0 o momento magnético da partícula.
 - (a) Determine o número de microestados desse sistema em função da energia E e do número de partículas N ;
 - (b) Por meio da aproximação de Stirling: $\log N! \approx N \log N - N$, encontre uma fórmula para a entropia do sistema;
 - (c) usando a expressão da entropia, determine a energia por partícula ($u \equiv E/N$) em função da temperatura T e do campo B ;

- (d) A magnetização do sistema está relacionado com o saldo de partículas para cima ou para baixo. Encontre uma expressão para a magnetização por partícula ($m = M/N$) em função da temperatura T e do campo B ;
- (e) Faça um gráfico de m em função da razão B/T .

7. Considere um sistema de N partículas independentes que podem assumir apenas dois níveis de energia: $\epsilon_i = 0$ ou $\epsilon_i = \epsilon$, onde i representa a i -ésima partícula.

- (a) Determine o número de estados acessíveis a esse sistema, em termos da energia total E e de N .
- (b) Determine a entropia por partícula $s(u)$ em função da energia por partícula $u = E/N$. Assuma o limite termodinâmico $E \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$, mas com u e s fixos;
- (c) Através de uma equação de estado, mostre que

$$u = \frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}}, \quad (2)$$

onde $\beta = \frac{1}{k_B T}$;

- (d) Qual o valor de u para baixas temperaturas? E para altas temperaturas?