

# Modelagem Matemática e Computacional



Prof. Fabiano Ribeiro

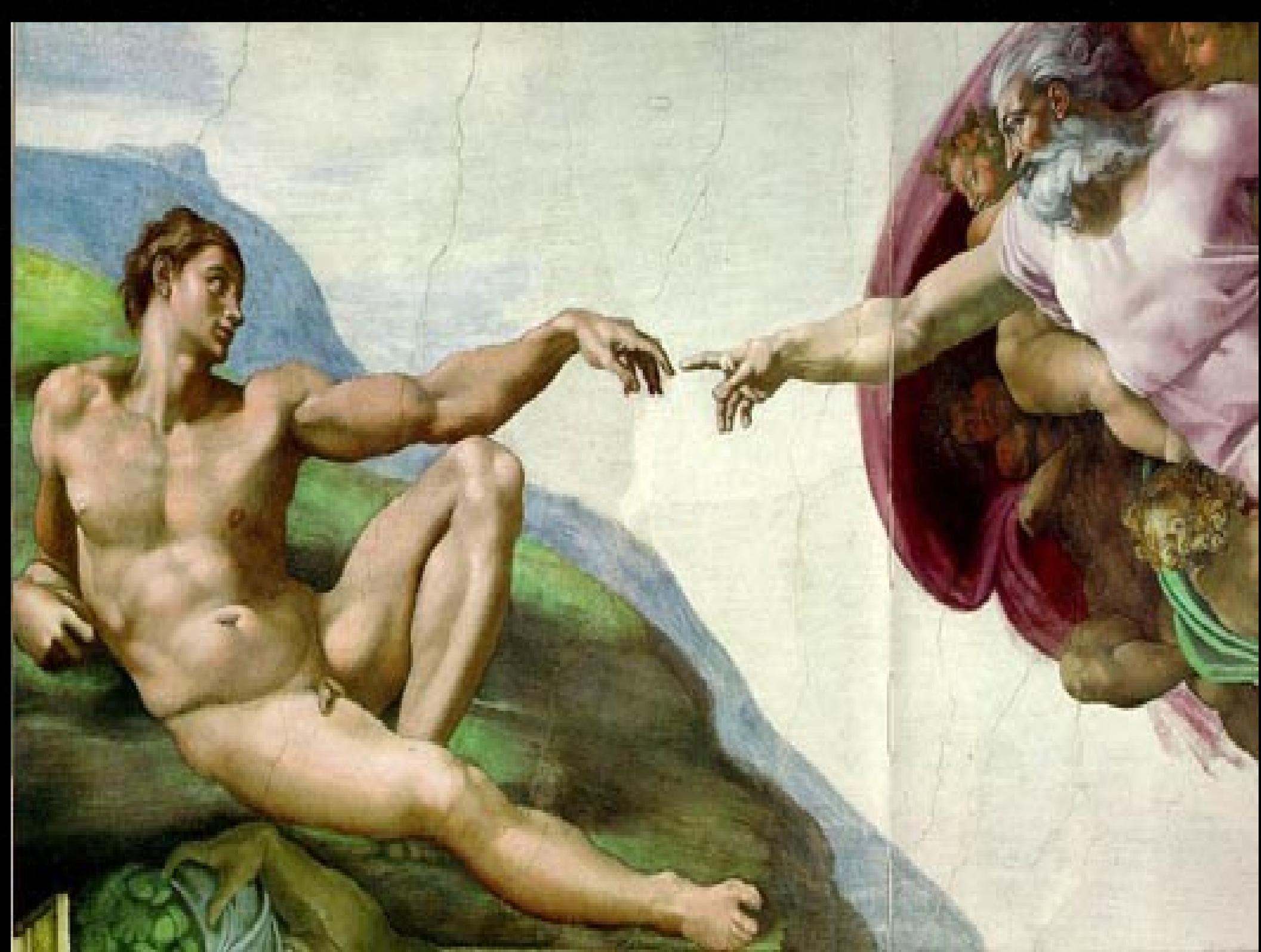
DEX - UFLA

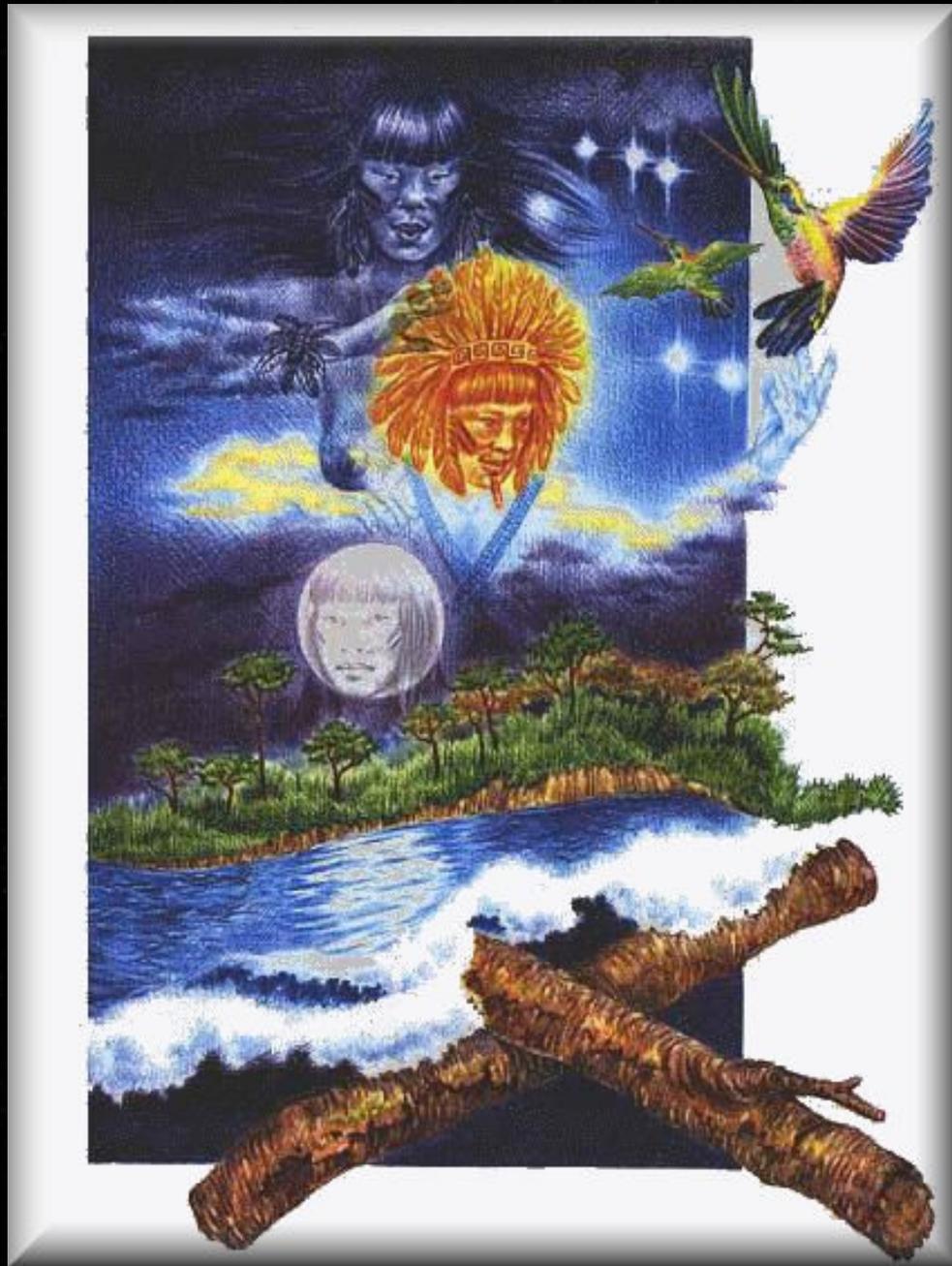


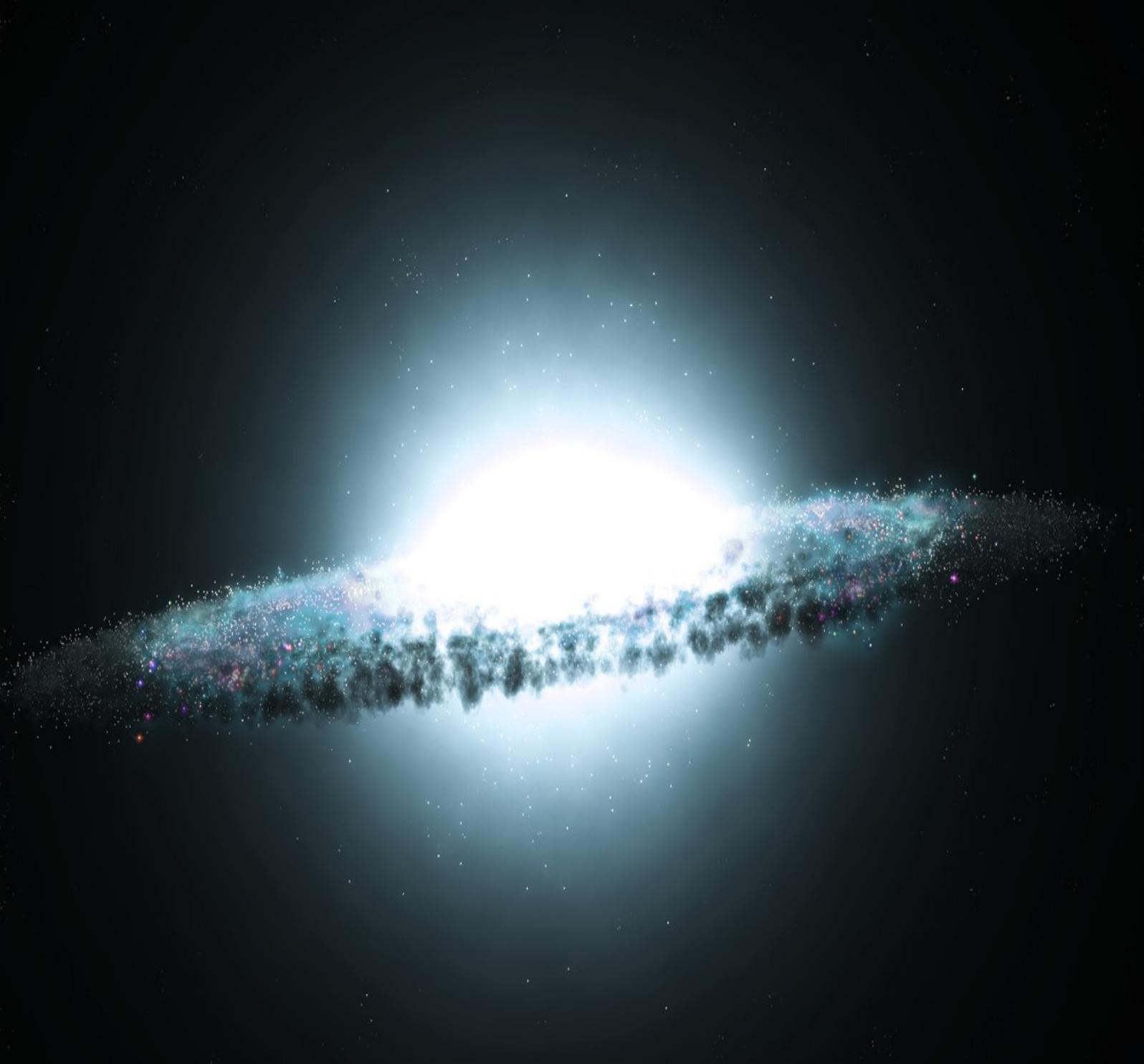
# Grupo Ic-Complex

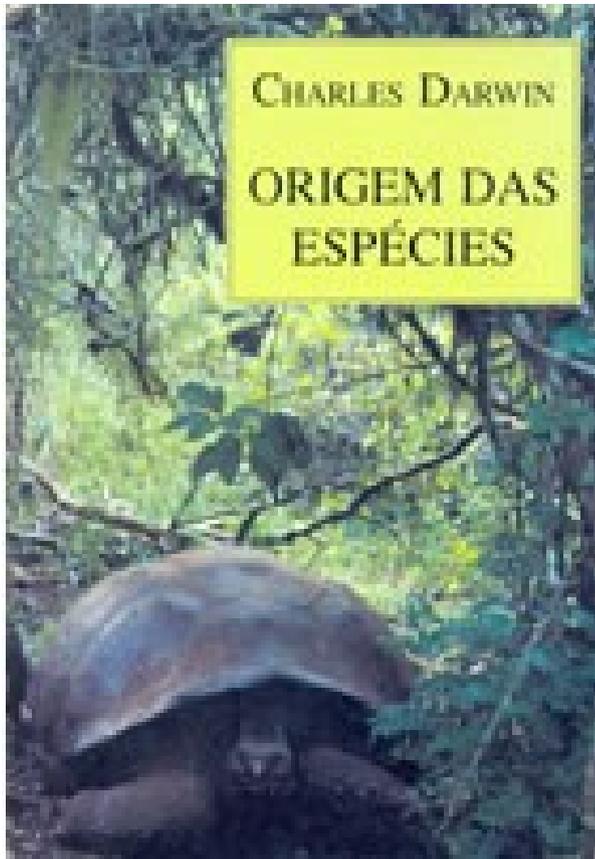










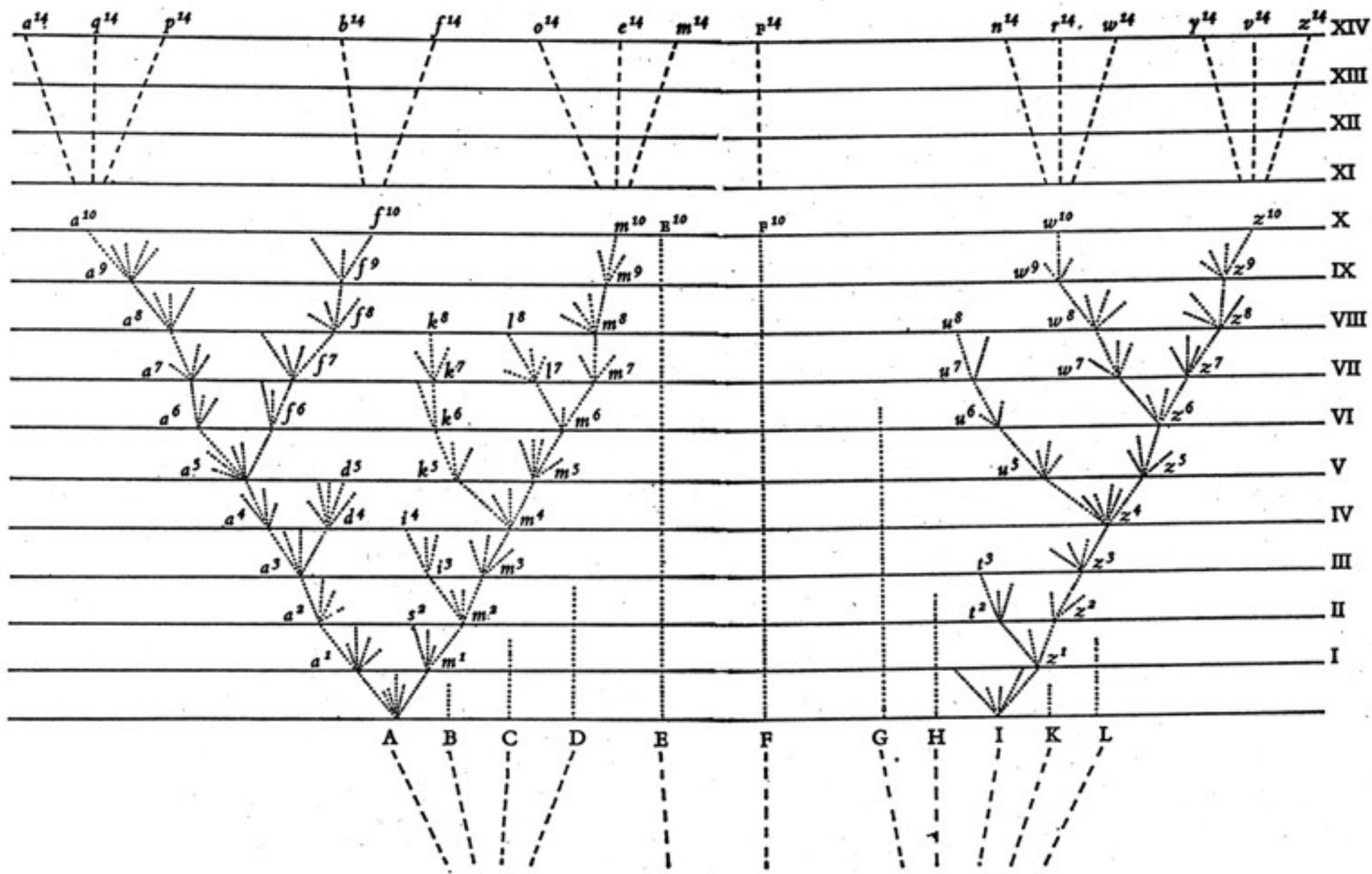


*Devido a esta luta (a luta pela sobrevivência), as variações, por mais fracas que sejam e seja qual for a causa de onde provenham, tendem a preservar os indivíduos de uma espécie e transmitem-se à descendência logo que sejam úteis a esses indivíduos. (...)*

*Os descendentes terão, por si mesmos, em virtude disso, maior probabilidade de sobrevivência; (...)*

*Denominei este princípio, pelo qual cada variação diminuta, se útil, é preservada, com o termo Seleção Natural, com a finalidade de salientar sua relação com o poder humano de seleção.*

Darwin, A Origem das Espécies, cap III



**O que é um Modelo?**

# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?



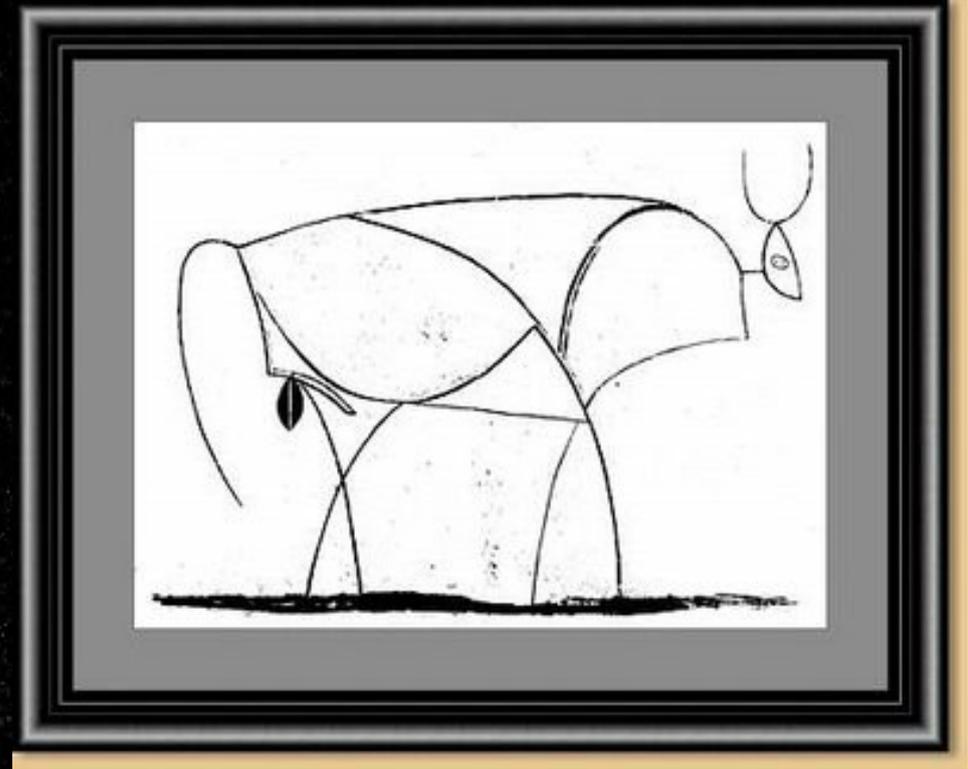
# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?



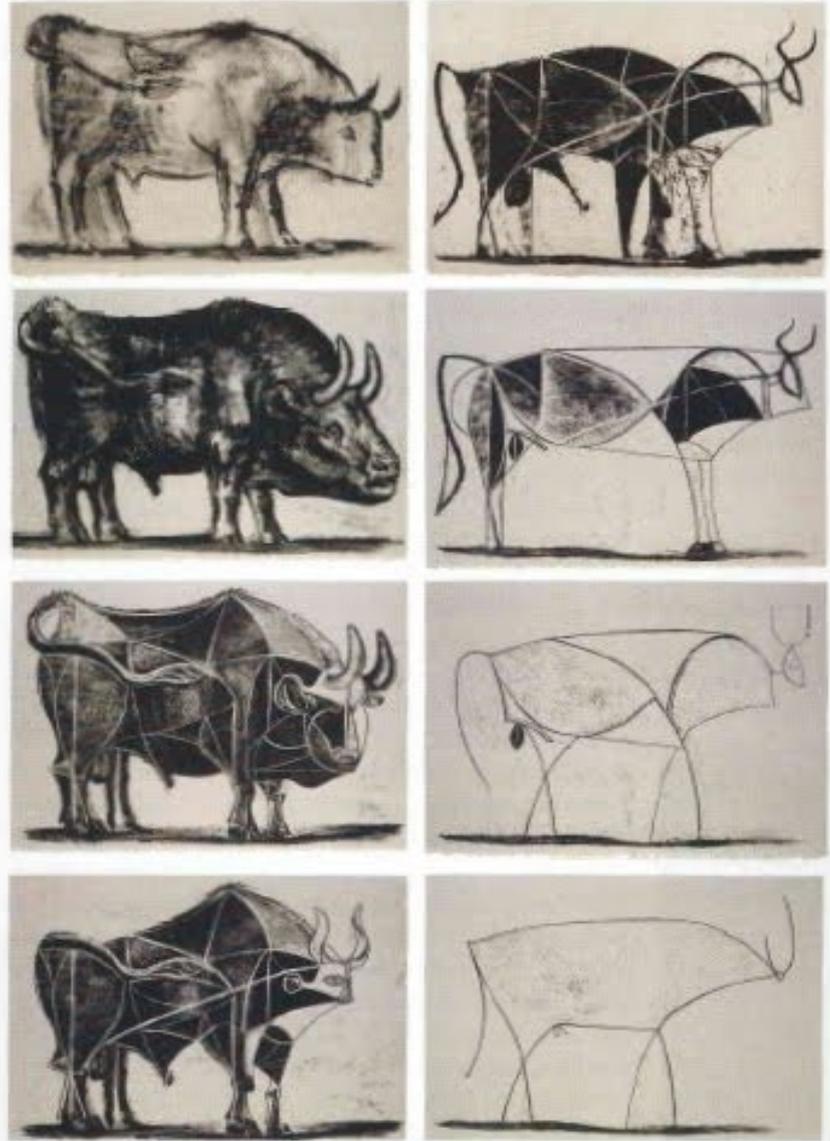
# O que é um Modelo?



# O que é um Modelo?

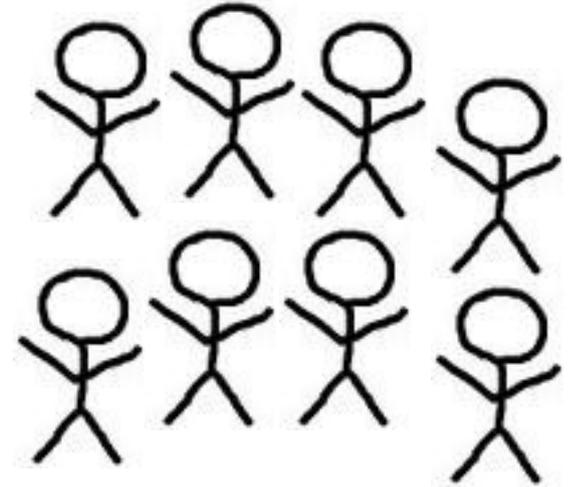


# O que é um Modelo?



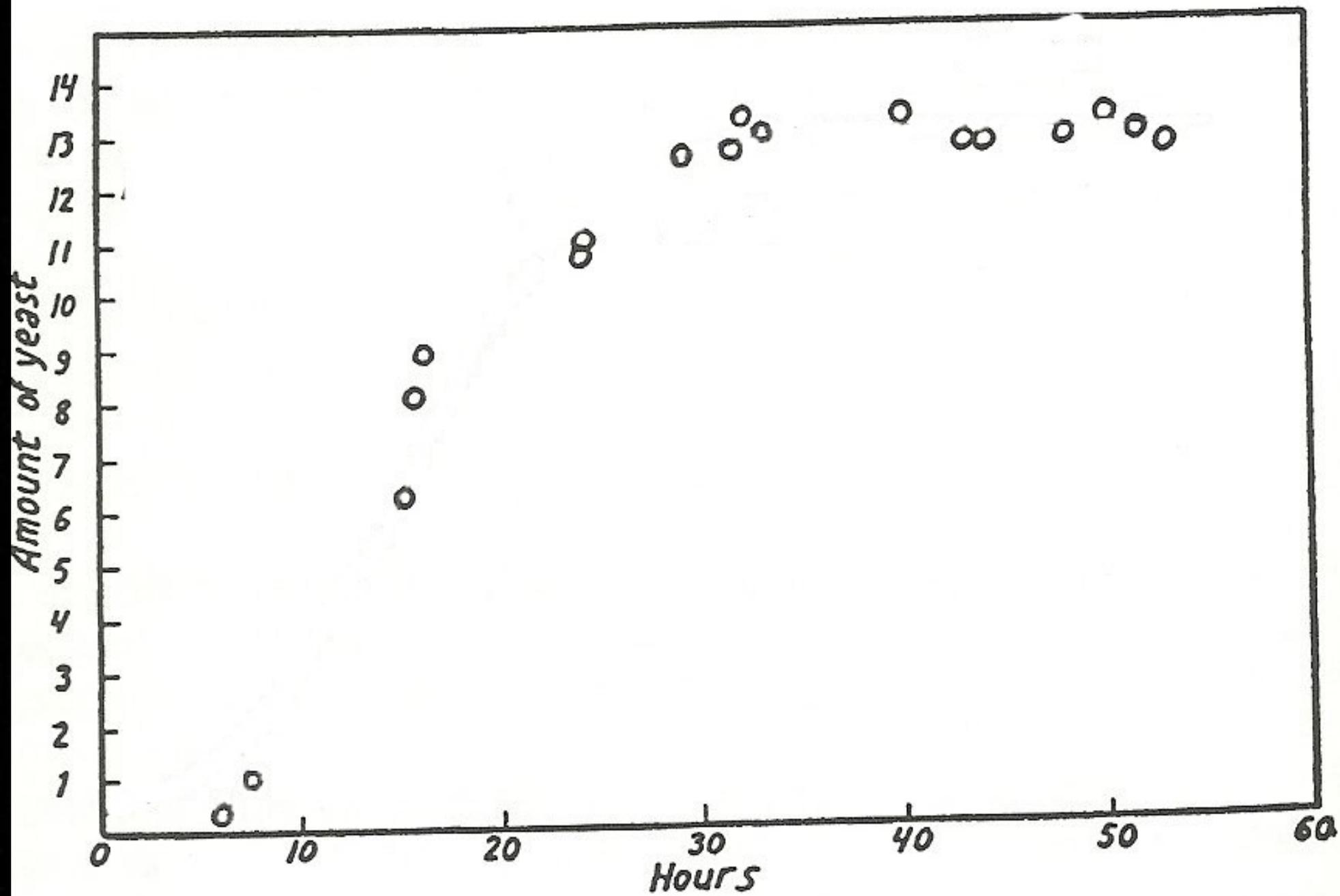
Picasso: Huit états du Taureau, 1945-1946.

# O que é um Modelo?



- Um modelo é uma representação simplificada de um *sistema real* a ser estudado;
- Um modelo deve capturar os elementos chaves de um sistema;
- Um Modelo NÃO É o Sistema;





# Um Modelo para Dinâmica de Populações

$$\frac{dN}{dt} = \text{Nascimentos} - \text{mortes} + \text{migração}$$

# Um Modelo para Dinâmica de Populações

$$\frac{dN}{dt} = \text{Nascimentos} - \text{mortes} + \text{migração}$$

Modelo de Malthus:

$$\frac{dN}{dt} = bN - dN = (b - d)N$$

$$N(t) = N_0 e^{(b-d)t}$$

- $N_0$ : População Inicial
- $b$ : Taxa de natalidade;
- $d$ : taxa de mortalidade;
- $r=(b-d)$  : taxa de crescimento;

# Um Modelo para Dinâmica de Populações

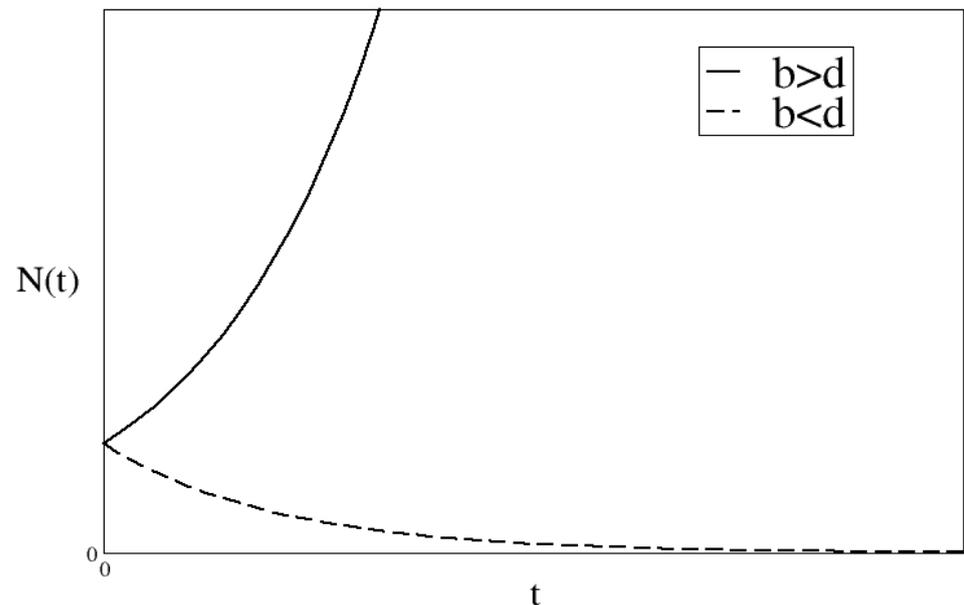
$$\frac{dN}{dt} = \text{Nascimentos} - \text{mortes} + \text{migração}$$

Modelo de Malthus:

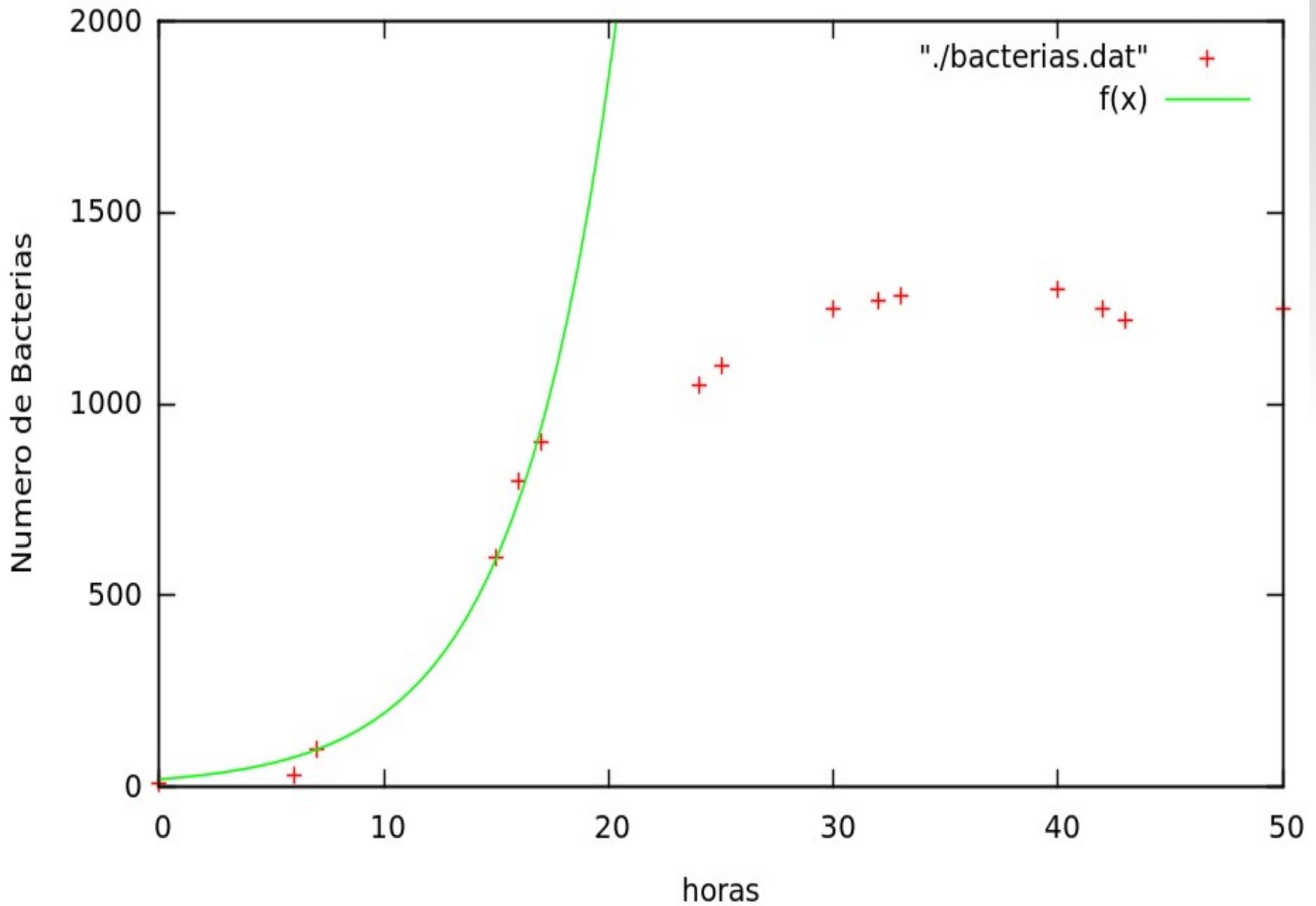
$$\frac{dN}{dt} = bN - dN = (b - d)N$$

$$N(t) = N_0 e^{(b-d)t}$$

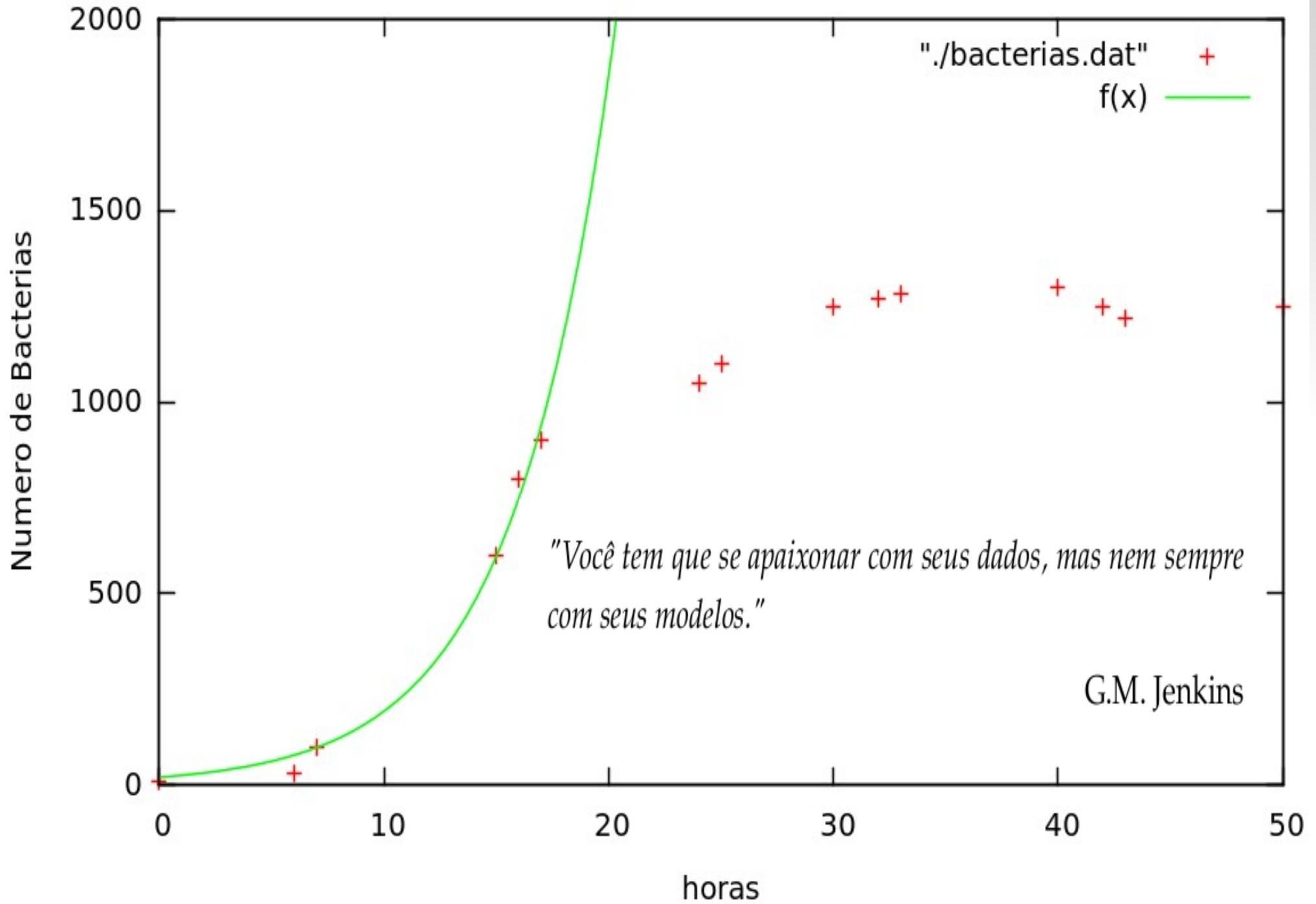
- $N_0$ : População Inicial
- $b$ : Taxa de natalidade;
- $d$ : taxa de mortalidade;
- $r=(b-d)$  : taxa de crescimento;



Crescimento de Bacterias



# Crescimento de Bacterias

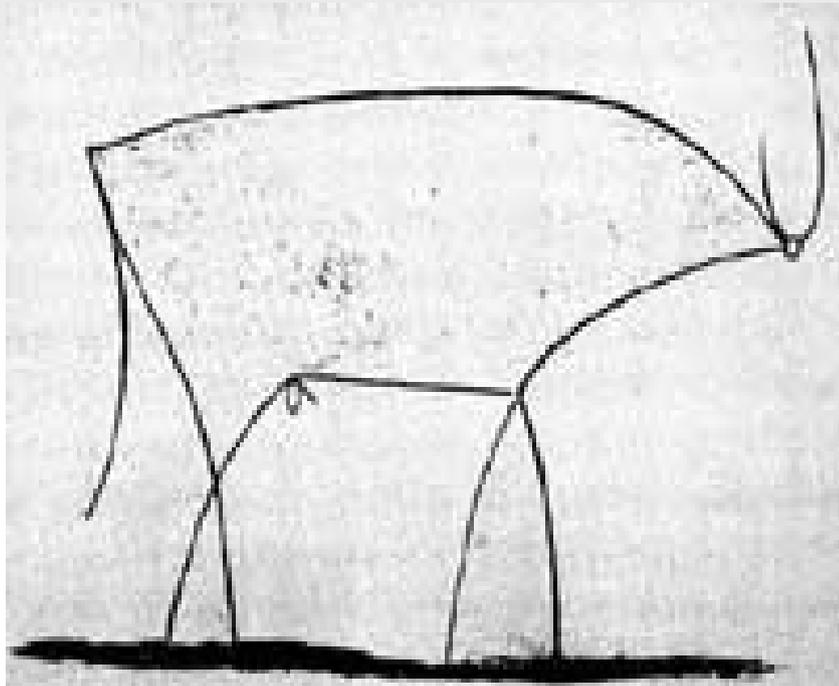


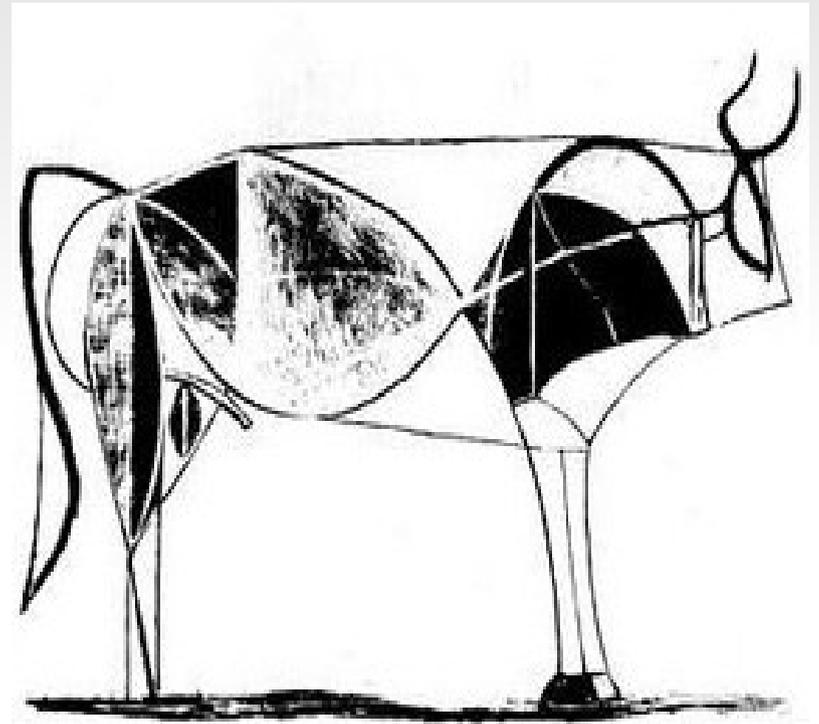
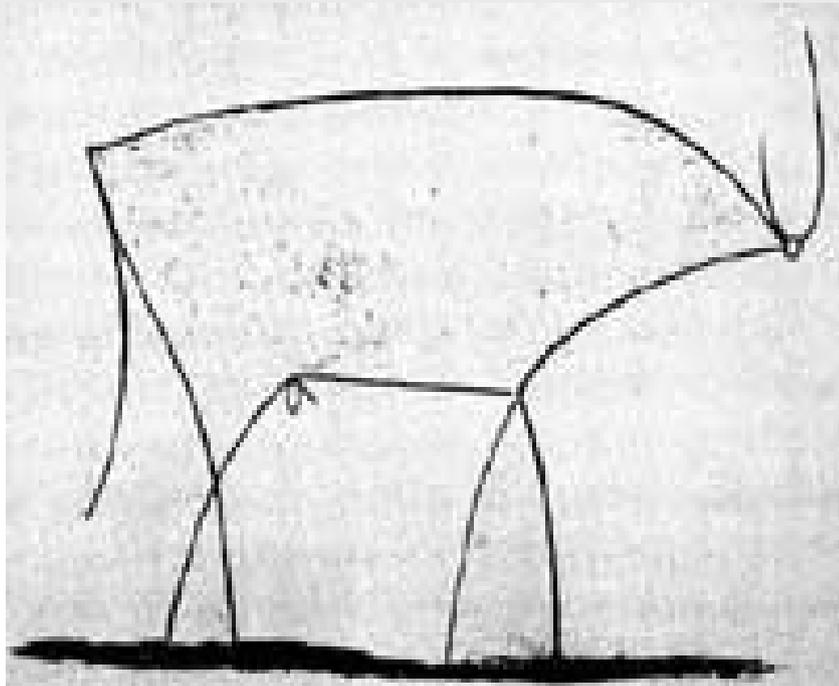
# Explosão de Ratos

- Populações Reais crescem exponencialmente?
- Considere uma População de Ratos descrita pelo modelo de Malthus;
- Cada rato pesa 0,5 Kg;
- Quanto tempo a população de Ratos atinge um ponto de Colapso gravitacional?

Dados: Massa Mínima de estrela: 50 x massa de Jupter

Massa Mínima de Buraco Negro:  $10^{23}$  kg





# Dados Experimentais

- Mortalidade aumenta com a densidade;
- Fecundidade diminui com a densidade;
- Tamanho dos Individuos Adultos diminui com a densidade;

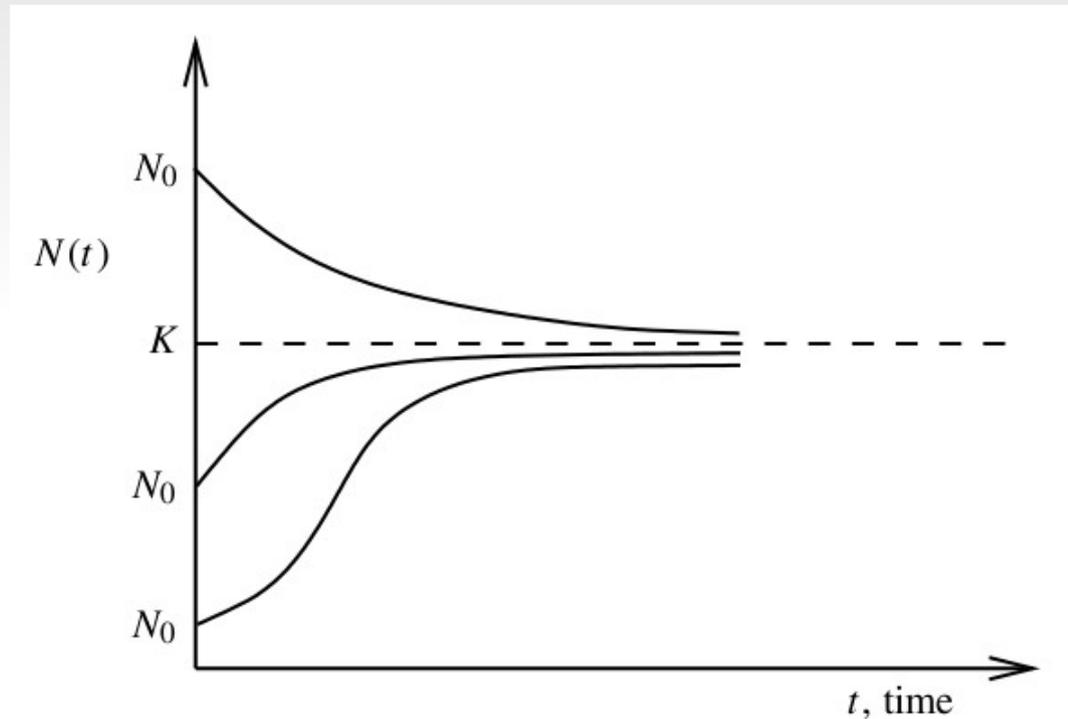
# Modelo de Verhulst

$$\frac{dN}{dt} = rN(1 - N/K),$$

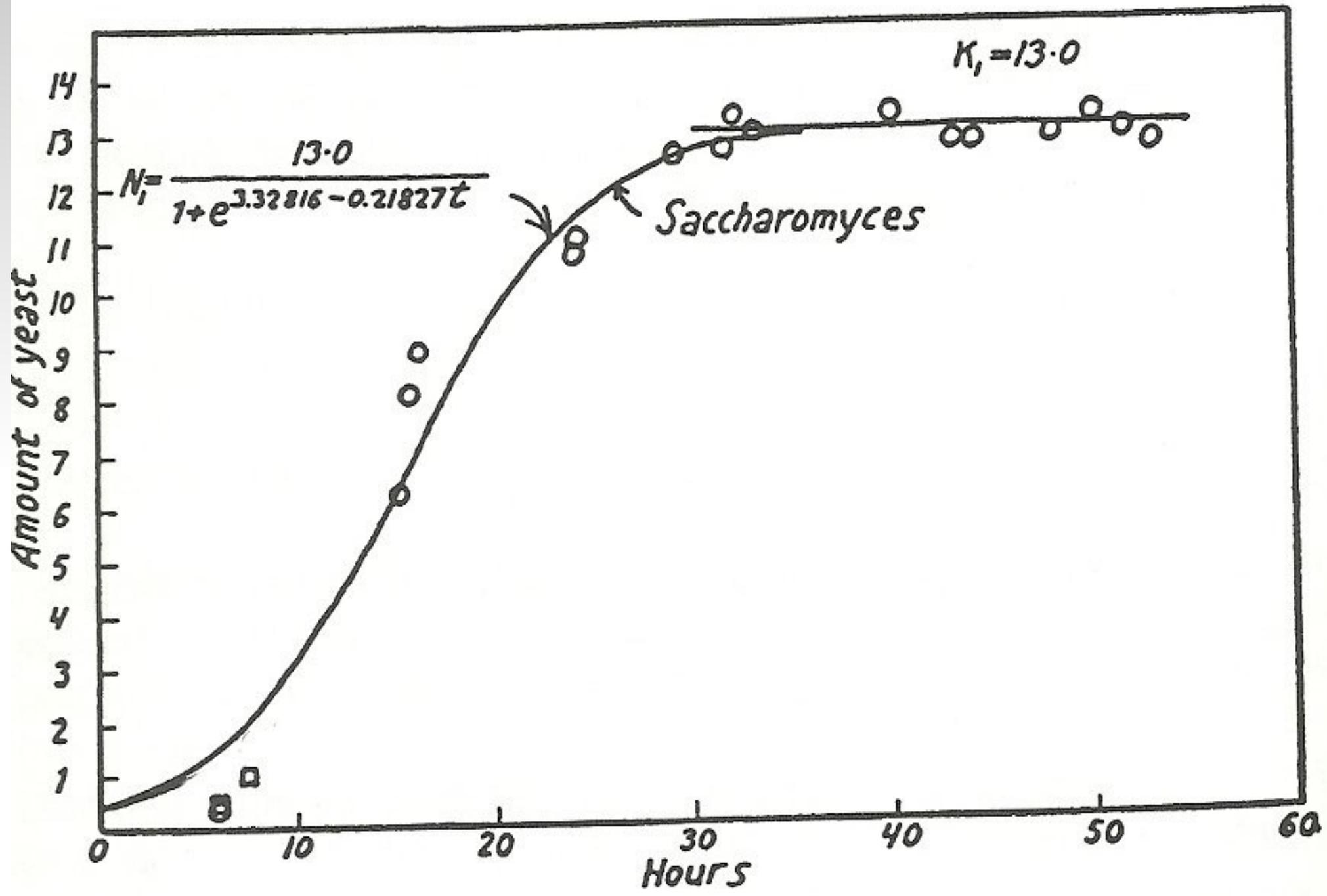
$$N(t) = \frac{N_0 K e^{rt}}{[K + N_0 (e^{rt} - 1)]} \rightarrow K \text{ as } t \rightarrow \infty,$$

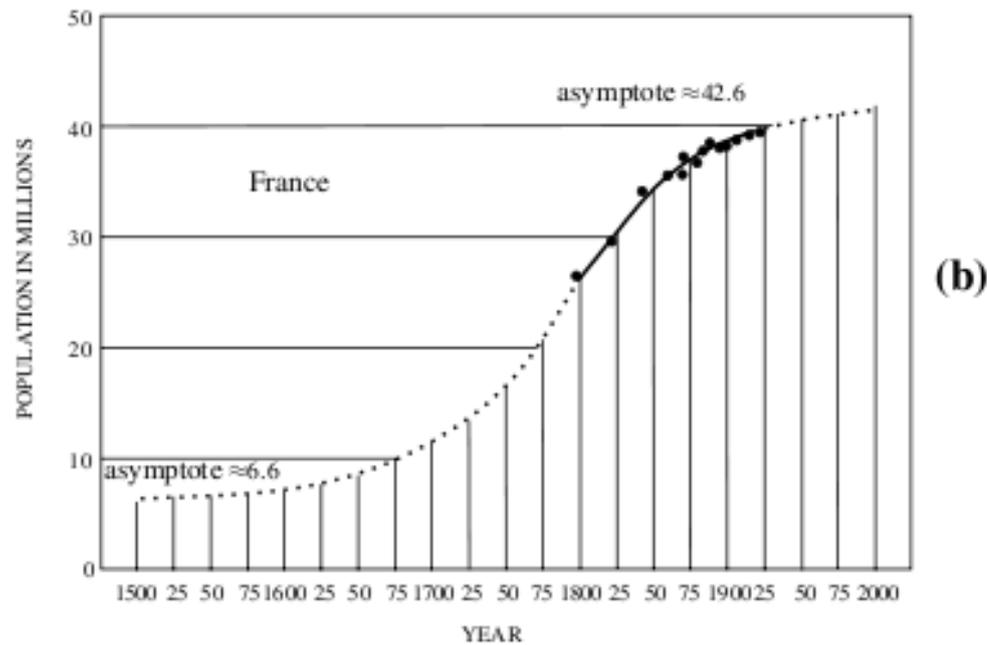
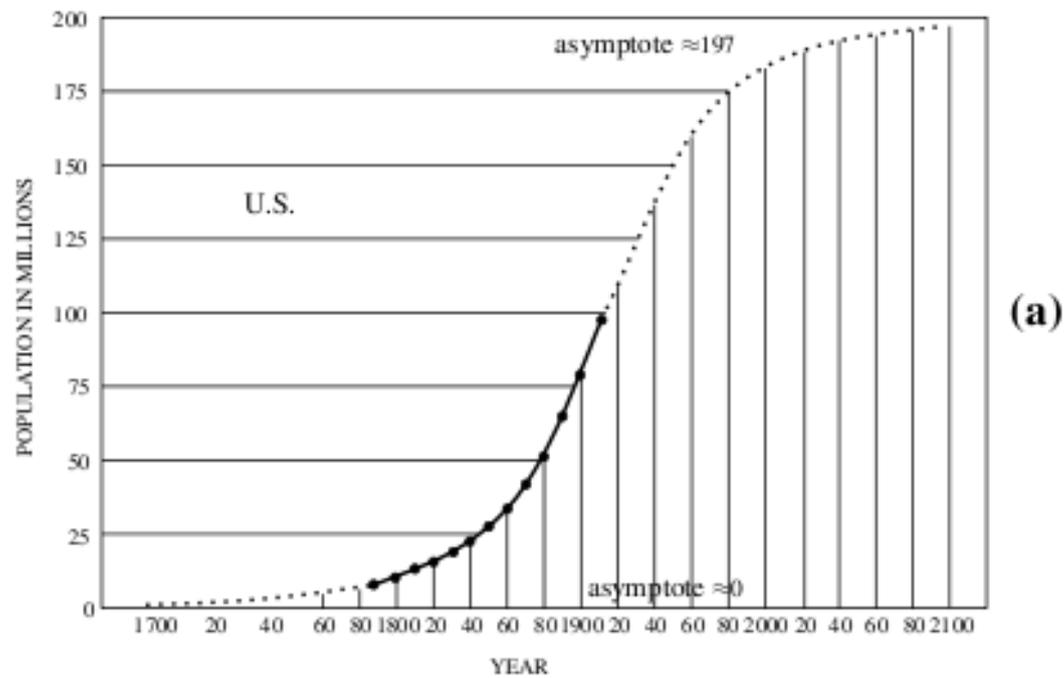
# Modelo de Verhulst

$$\frac{dN}{dt} = rN(1 - N/K),$$



$$N(t) = \frac{N_0 K e^{rt}}{[K + N_0 (e^{rt} - 1)]} \rightarrow K \text{ as } t \rightarrow \infty,$$





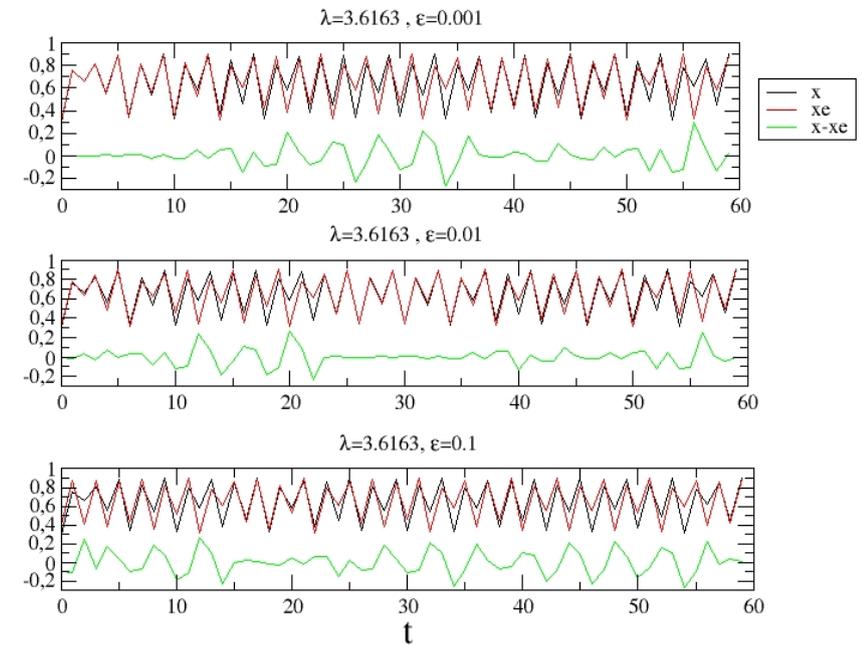
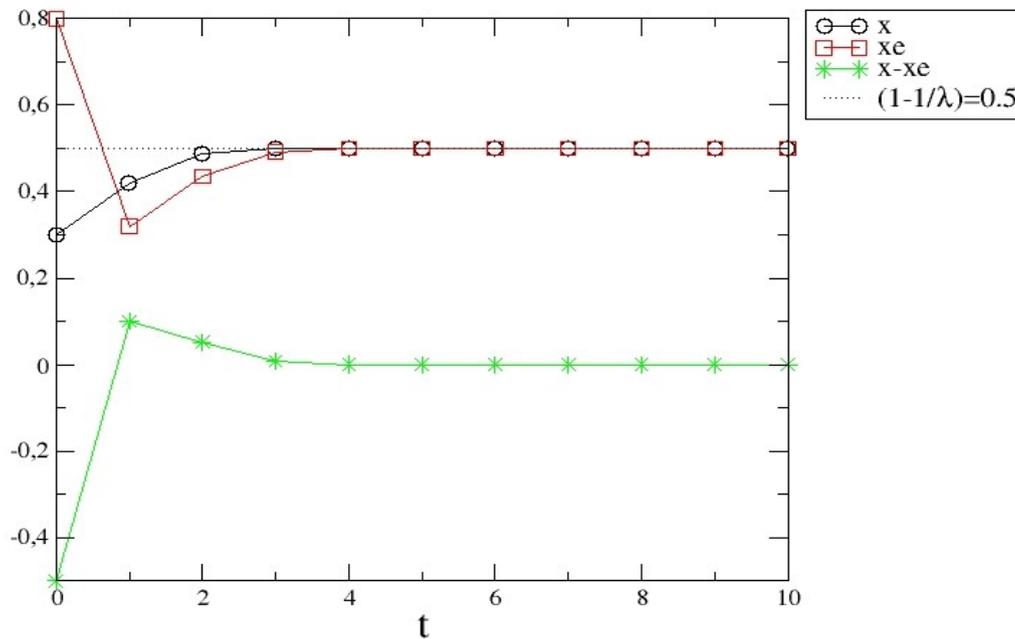
**Figure 1.2.** Logistic population growth (1.3) used to fit the census data for the population of (a) the U.S. and (b) France. The data determine the parameters only over a small part of the growth curve. (Redrawn from Pearl 1925)

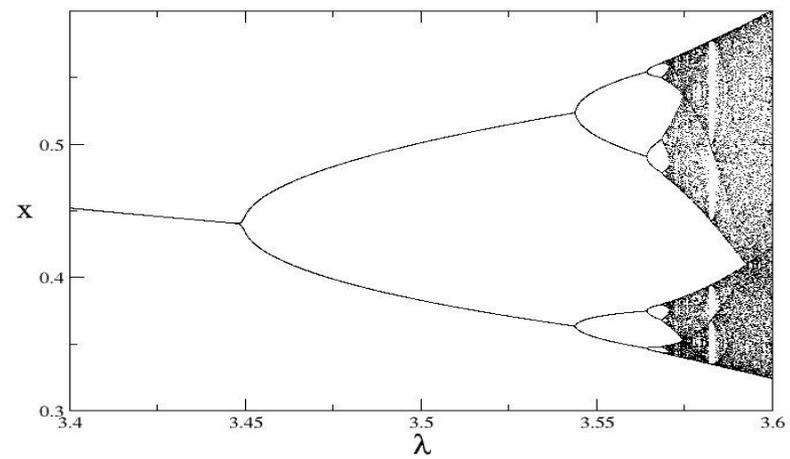
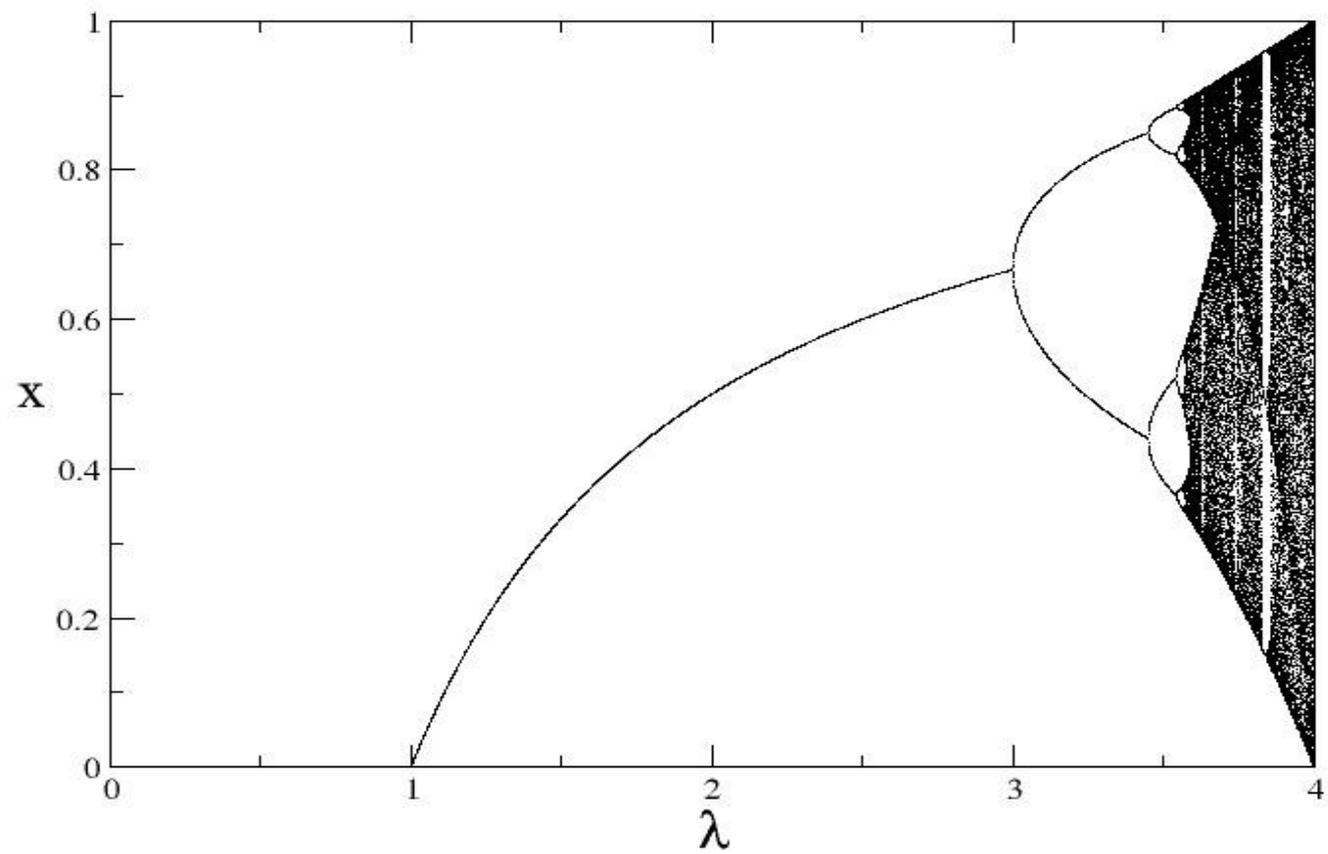


# Modelo Discreto - Mapa Logístico

$$x(t+1) = \lambda x(t) (1 - x(t)),$$

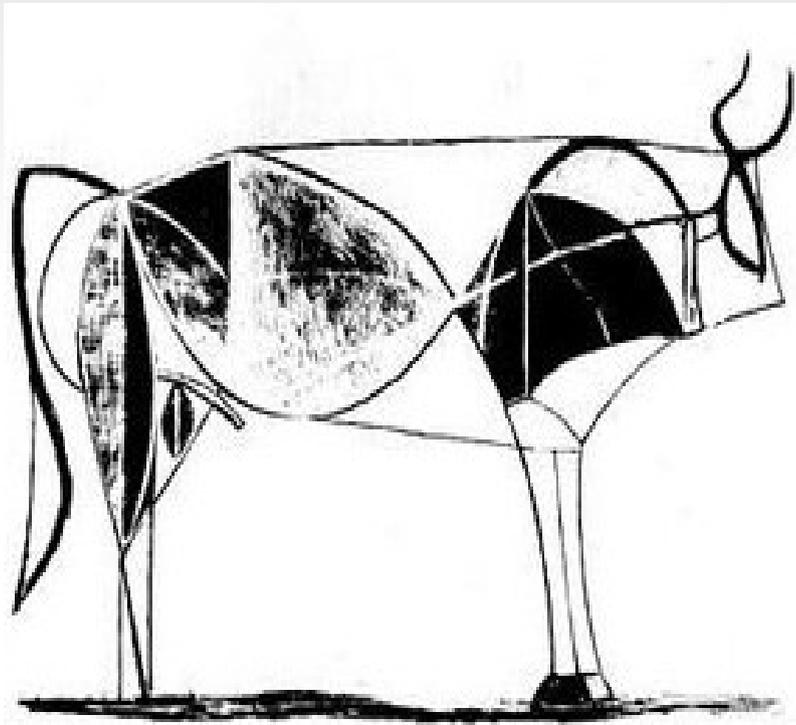
$\lambda=2, \epsilon=0.5$



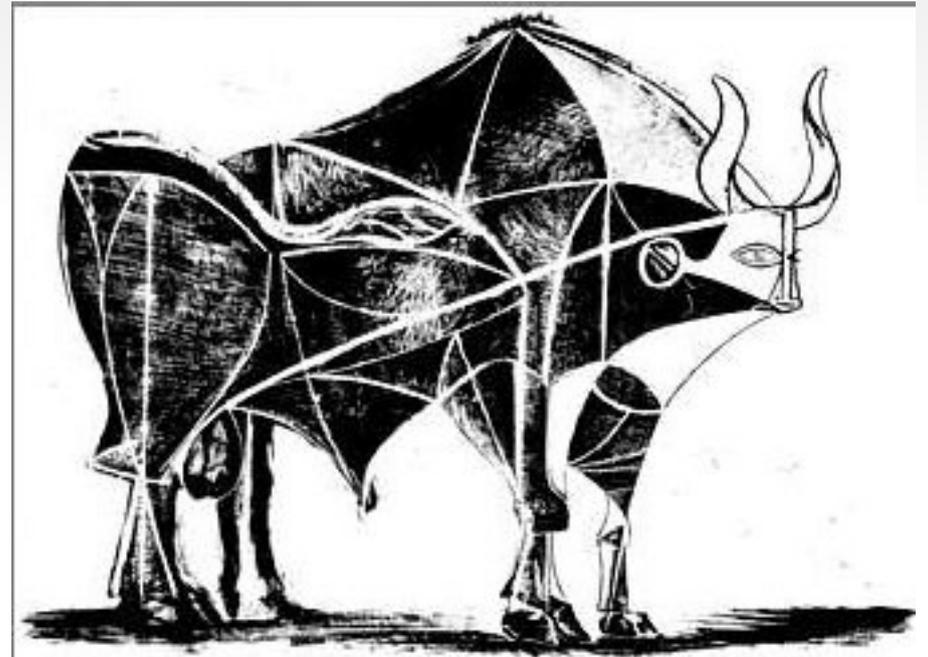
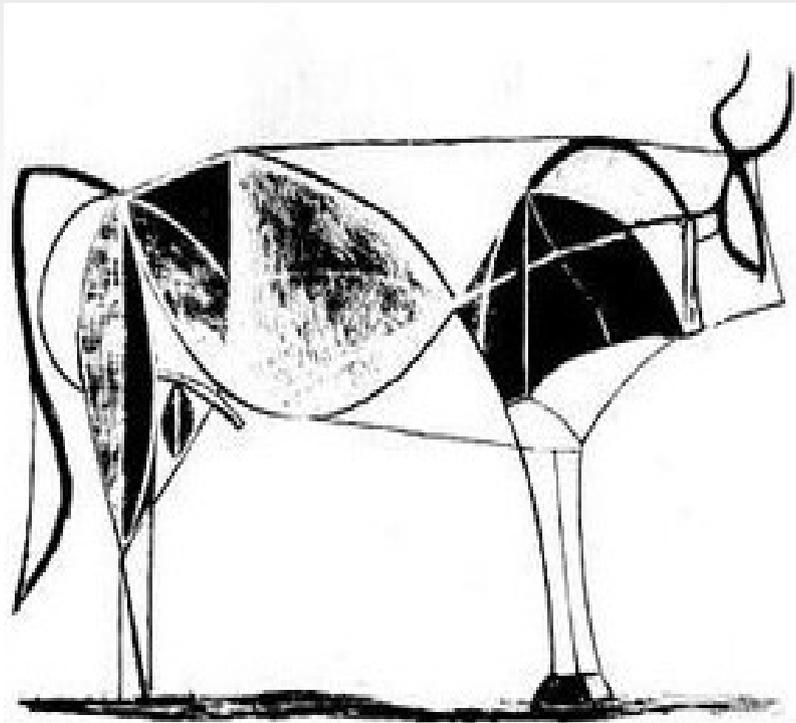


Mas as Espécies  
Não vivem isoladas!

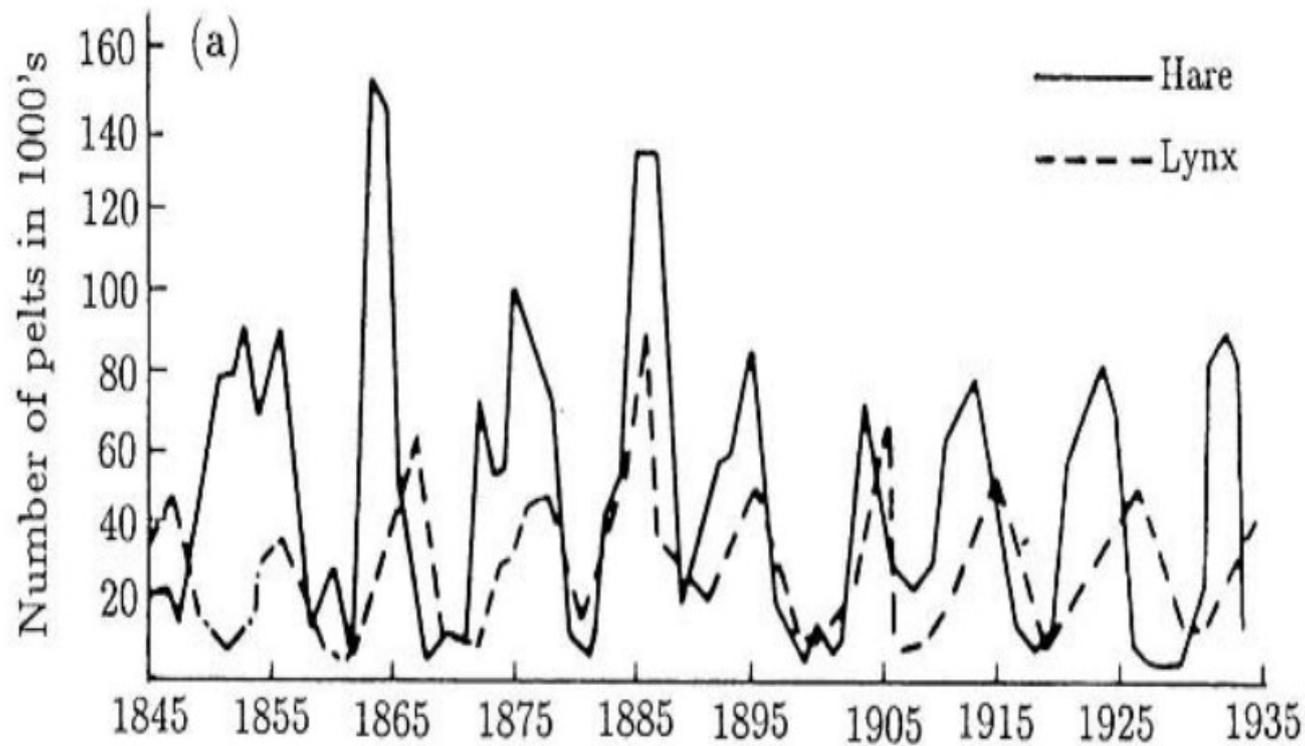
Mas as Espécies  
Não vivem isoladas!



Mas as Espécies  
Não vivem isoladas!



# Interação entre Espécies: Predador Presa



# Predador-Presa

N: Presas

P: Predadores

- Ausencia de Predadores leva a um crescimento exponencial de Presas;
- Ausencia de Presas produz um decaimento exponencial de Predadores;
- Presença de Predadores reduz a taxa de crescimento das Presas;
- Presença de Presas aumenta a taxa de crescimento dos Predadores.

$$\frac{dN}{dt} = N(a - bP),$$
$$\frac{dP}{dt} = P(cN - d),$$



# Predador-Presa

N: Presas

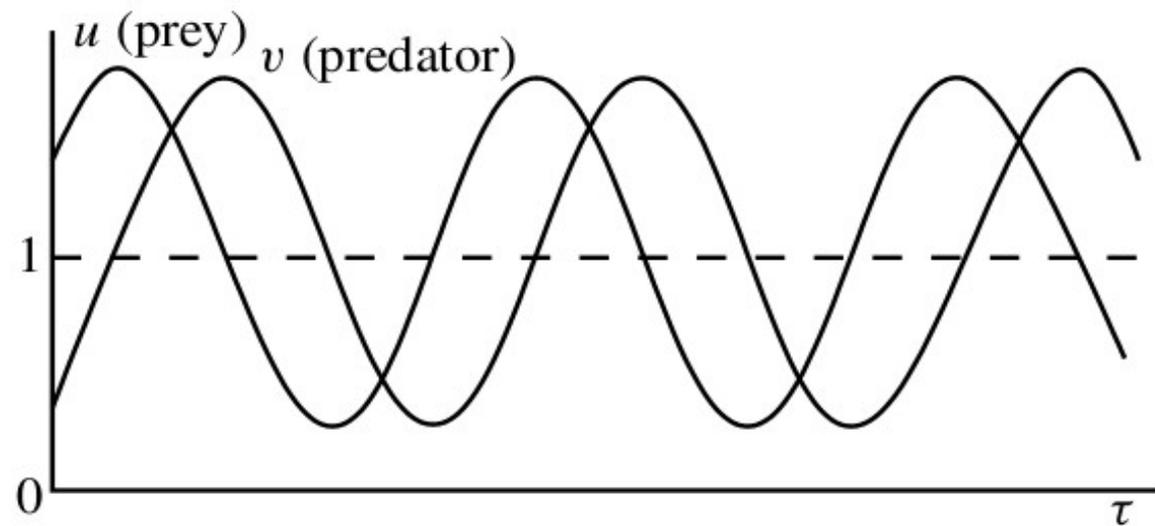
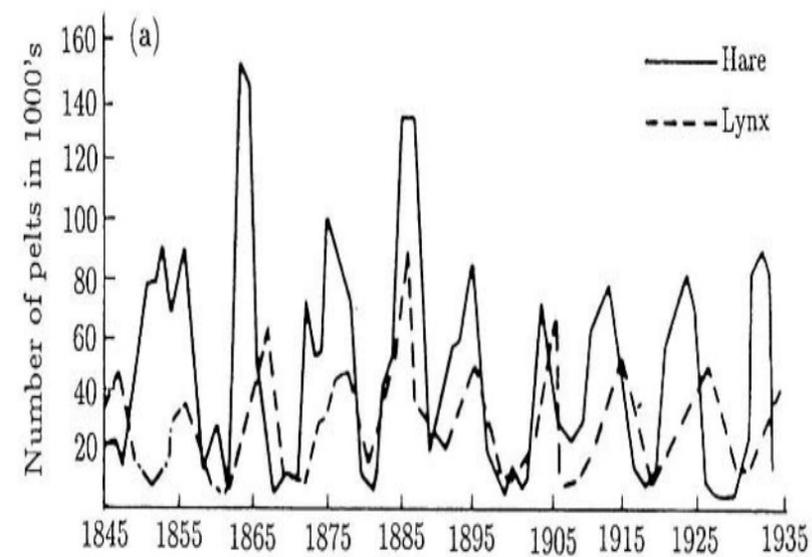
P: Predadores

- Ausencia de Predadores leva a um crescimento exponencial de Presas;
- Ausencia de Presas produz um decaimento exponencial de Predadores;
- Presença de Predadores reduz a taxa de crescimento das Presas;
- Presença de Presas aumenta a taxa de crescimento dos Predadores.

$$\frac{dN}{dt} = N(a - bP),$$
$$\frac{dP}{dt} = P(cN - d),$$

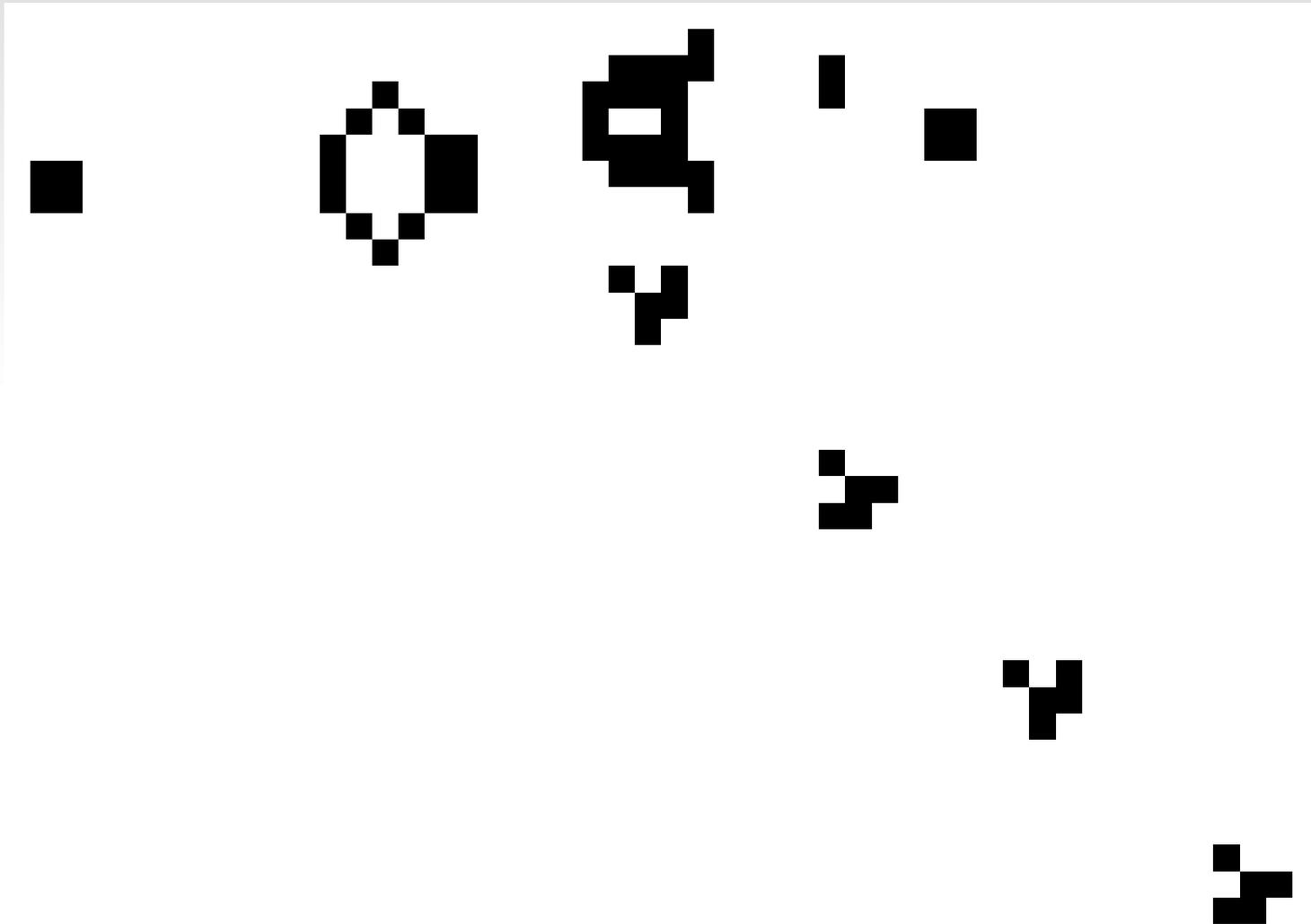


$$\frac{dN}{dt} = N(a - bP),$$
$$\frac{dP}{dt} = P(cN - d),$$



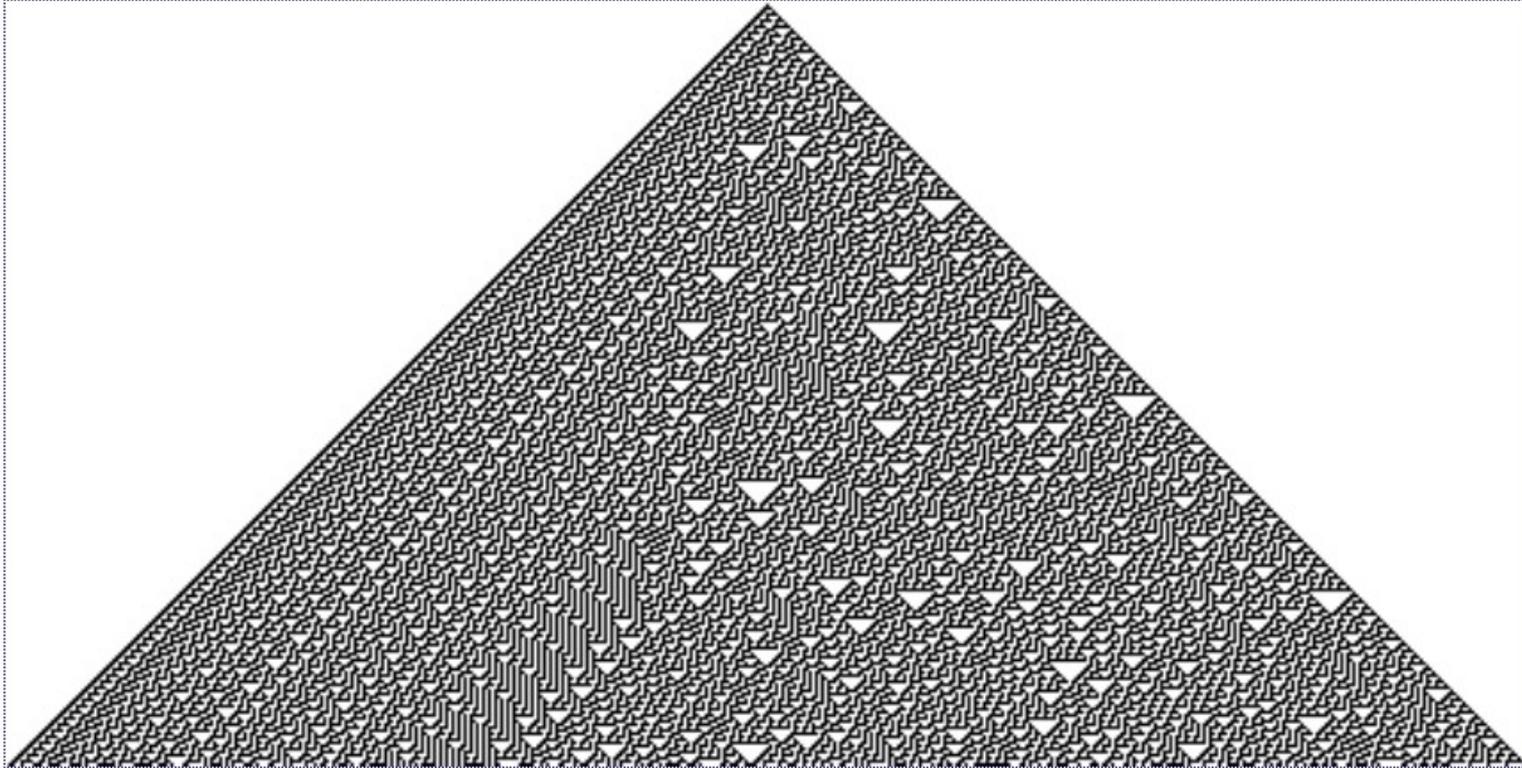
# Modelos Baseado em Agentes

# Automatos Celulares









### **Autómato celular com Regra 30**

padrão actual	111	110	101	100	011	010	001	000
novo estado para a célula central	0	0	0	1	1	1	1	0

