

Projeto 5: Determinação da Dimensão Fractal de Objetos

Prof. Dr. Fabiano Ribeiro

June 24, 2013

1 Dimensão Fractal de Objetos Geométricos

Determine a dimensão fractal dos seguintes objetos geométricos (veja referencia [1]):

1. Pente de Cantor;
2. Curva de Koch;
3. Triângulo de Sierpinski;
4. Tapete de Sierpinski;

2 Bolinhas de Papel

Faça bolinhas de papel de diferentes tamanhos e usando sempre o mesmo tipo de papel. Meça a massa M de cada bolinha e seu respectivo diâmetro D . Anote os dados na tabela (1). Nessa mesma tabela anote os valores do logaritmo da massa e do logaritmo do diâmetro.

M	D	$\ln(M)$	$\ln(D)$

Table 1: Tabela para ser preenchida. Note que as primeiras duas colunas serão preenchidas com dados e as duas ultimas serão preenchidas com valores determinados usando uma calculadora.

1. Faça um gráfico de $\ln(M)$ em função de $\ln(D)$.
2. Trace nesse gráfico a reta que melhor capta a tendência dos pontos.
3. A partir do coeficiente angular dessa reta, determine a dimensão fractal da bolinha de papel.
4. Compare seu resultado com o da referencia [2].

3 Diffusion-limited Aggregation

Considere um modelo de crescimento chamado de *Diffusion-limited Aggregation*. Nesse modelo computacional (veja [4], exemplo 47), a simulação se inicia com uma única partícula adicionada no centro da rede. Então uma segunda partícula é adicionada em um sítio aleatório. Essa segunda partícula caminha randomicamente pela rede. Caso ela vá para um sítio vizinho da primeira partícula, ela fixa-se nesse sítio. Caso a partícula atinja as bordas da rede, ela é removida do

sistema. Uma terceira partícula é então introduzida num site aleatório e caminha randomicamente até se juntar ao cluster formado pelas duas partículas ou ser removida. O processo se repete para as próximas partículas.

1. A webpage [3] apresenta um aplicativo JAVA para a simulação do processo descrito acima. Brinque com o programa e descreva o padrão da figura formada pelas partículas. Note que a figura apresenta um comportamento fractal. Imprima uma imagem desse sistema de partículas para ser anexada ao relatório.
2. Por que podemos dizer que essa figura é fractal?
3. Vamos determinar a dimensão fractal desse sistema. Para isso vale lembrar que, para esse sistema fractal, deve valer a relação $N \sim R^{D_f}$, onde N é o número de partículas, R é o raio do sistema e D_f sua dimensão fractal. Para determinar D_f precisamos fazer um gráfico log-log de R e N e determinar o coeficiente angular da reta, o que será numericamente idêntico à dimensão fractal do sistema. Vamos usar a própria simulação dessa webpage para colher os dados necessários. Primeiramente, para uma dada simulação anote o valor do raio máximo (*maximum radio*), ou seja R , e o correspondente número de partículas N . Ou seja, preencha a tabela abaixo, usando pelo menos 10 valores diferentes de R .

R	N	$\ln R$	$\ln(N)$

Table 2: Tabela para ser preenchida. Note que as primeiras duas colunas serão preenchidas com dados e as duas ultimas serão preenchidas com valores determinados usando uma calculadora.

4. Faça um gráfico $\ln N$ em função de $\ln R$ com os dados da tabela acima. Encontre a reta que melhor capture a tendencia dos pontos (se preferir, use um programa para fazer isso).
5. Determine o coeficiente angular dessa reta. Qual a D_f desse sistema?
6. Pesquise na literatura [4] qual o valor esperado da dimensão fractal desse sistema. Compare esse valor com o valor obtido no item anterior.
7. Esse modelo computacional de crescimento poderia ser útil para descrição de qual (ou quais) tipos de sistema real?

References

- [1] Fractais e a geometria da natureza <http://cftc.cii.fc.ul.pt/PRISMA/capitulos/capitulo2/modulo4/>.
- [2] M Gomes. *Fractal Geometry in Crumpled Paper Balls*. American Association of Physics Teachers, 55 (1987).
- [3] Diffusion Limited Aggregation (a fractal growth model) applet: <http://apricot.polyu.edu.hk/dla/>
- [4] N Boccara. *Modelling Complex Systems*. Springer 2004 (PDF).