

# Projeto 5: Determinação da Dimensão Fractal de Objetos

Prof. Dr. Fabiano Ribeiro

June 24, 2013

## 1 Dimensão Fractal de Objetos Geométricos

Determine a dimensão fractal dos seguintes objetos geométricos (veja referencia [1]):

1. Pente de Cantor;
2. Curva de Koch;
3. Triângulo de Sierpinski;
4. Tapete de Sierpinski;

## 2 Bolinhas de Papel

Faça bolinhas de papel de diferentes tamanhos e usando sempre o mesmo tipo de papel. Meça a massa  $M$  de cada bolinha e seu respectivo diâmetro  $D$ . Anote os dados na tabela (1). Nessa mesma tabela anote os valores do logaritmo da massa e do logaritmo do diâmetro.

$M$	$D$	$\ln(M)$	$\ln(D)$

Table 1: Tabela para ser preenchida. Note que as primeiras duas colunas serão preenchidas com dados e as duas ultimas serão preenchidas com valores determinados usando uma calculadora.

1. Faça um gráfico de  $\ln(M)$  em função de  $\ln(D)$ .
2. Trace nesse gráfico a reta que melhor capta a tendência dos pontos.
3. A partir do coeficiente angular dessa reta, determine a dimensão fractal da bolinha de papel.
4. Compare seu resultado com o da referencia [2].

## 3 Diffusion-limited Aggregation

Considere um modelo de crescimento chamado de *Diffusion-limited Aggregation*. Nesse modelo computacional (veja [4], exemplo 47), a simulação se inicia com uma única partícula adicionada no centro da rede. Então uma segunda partícula é adicionada em um sítio aleatório. Essa segunda partícula caminha randomicamente pela rede. Caso ela vá para um sítio vizinho da primeira partícula, ela fixa-se nesse sítio. Caso a partícula atinja as bordas da rede, ela é removida do

sistema. Uma terceira partícula é então introduzida num site aleatório e caminha randomicamente até se juntar ao cluster formado pelas duas partículas ou ser removida. O processo se repete para as próximas partículas.

1. A webpage [3] apresenta um aplicativo JAVA para a simulação do processo descrito acima. Brinque com o programa e descreva o padrão da figura formada pelas partículas. Note que a figura apresenta um comportamento fractal. Imprima uma imagem desse sistema de partículas para ser anexada ao relatório.
2. Por que podemos dizer que essa figura é fractal?
3. Vamos determinar a dimensão fractal desse sistema. Para isso vale lembrar que, para esse sistema fractal, deve valer a relação  $N \sim R^{D_f}$ , onde  $N$  é o número de partículas,  $R$  é o raio do sistema e  $D_f$  sua dimensão fractal. Para determinar  $D_f$  precisamos fazer um gráfico log-log de  $R$  e  $N$  e determinar o coeficiente angular da reta, o que será numericamente idêntico à dimensão fractal do sistema. Vamos usar a própria simulação dessa webpage para colher os dados necessários. Primeiramente, para uma dada simulação anote o valor do raio máximo (*maximum radio*), ou seja  $R$ , e o correspondente número de partículas  $N$ . Ou seja, preencha a tabela abaixo, usando pelo menos 10 valores diferentes de  $R$ .

$R$	$N$	$\ln R$	$\ln(N)$

Table 2: Tabela para ser preenchida. Note que as primeiras duas colunas serão preenchidas com dados e as duas ultimas serão preenchidas com valores determinados usando uma calculadora.

4. Faça um gráfico  $\ln N$  em função de  $\ln R$  com os dados da tabela acima. Encontre a reta que melhor capture a tendencia dos pontos (se preferir, use um programa para fazer isso).
5. Determine o coeficiente angular dessa reta. Qual a  $D_f$  desse sistema?
6. Pesquise na literatura [4] qual o valor esperado da dimensão fractal desse sistema. Compare esse valor com o valor obtido no item anterior.
7. Esse modelo computacional de crescimento poderia ser útil para descrição de qual (ou quais) tipos de sistema real?

## References

- [1] Fractais e a geometria da natureza <http://cftc.cii.fc.ul.pt/PRISMA/capitulos/capitulo2/modulo4/>.
- [2] M Gomes. *Fractal Geometry in Crumpled Paper Balls*. American Association of Physics Teachers, 55 (1987).
- [3] Diffusion Limited Aggregation (a fractal growth model) applet: <http://apricot.polyu.edu.hk/dla/>
- [4] N Boccara. *Modelling Complex Systems*. Springer 2004 (PDF).