

# Simulando o Modelo de Ising

Felipe da Cruz Rodrigues  
Orientador: Fabiano Lemes Ribeiro

# Modelo de Ising para materiais ferromagnéticos

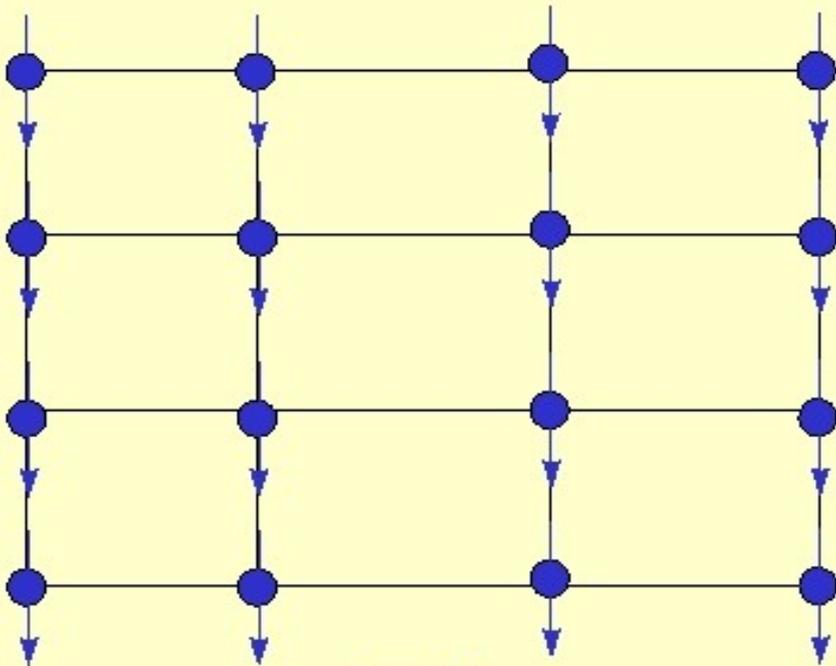


Problema proposto por Wilhelm Lenz em 1920 e resolvido para uma dimensão por Ernst Ising em 1925.

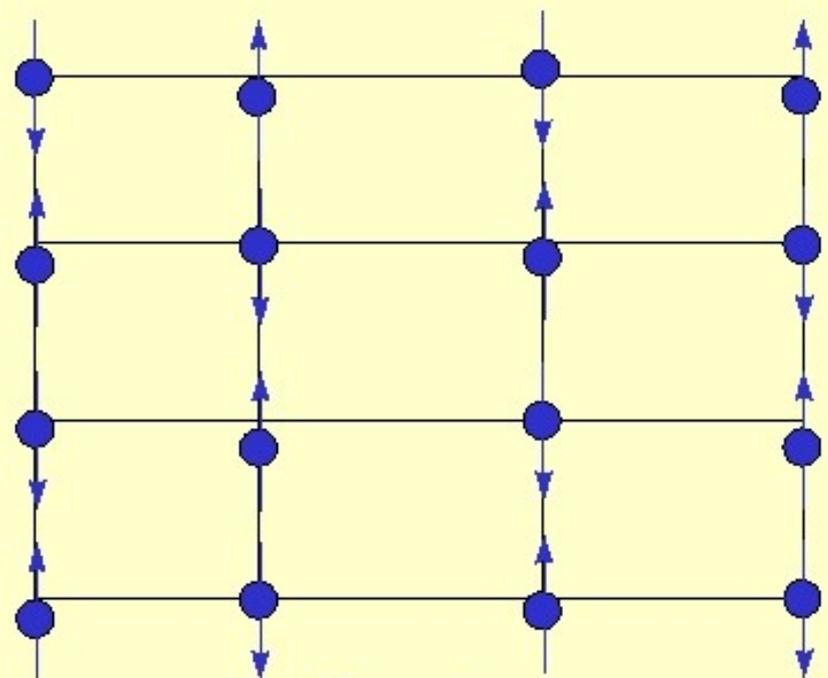
# Propriedades Interessantes de Materiais Ferromagnéticos

$T < T_c$

$T > T_c$



**Figura 1**



**Figura 2**

# Modelo Ising

Imaginemos N átomos ferromagnéticos com spin  $\frac{1}{2}$ , orientados no eixo Z. Seus possíveis momentos magnéticos são dados por:

$$\mu_i = \gamma \cdot \sigma_i$$

Onde  $\gamma$  é uma constante e  $\sigma_i$  é uma configuração que pode ser +1 ou -1, para uma rede de N átomos teremos:

$\gamma$

$\sigma$

$$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$$

# Modelo de Agentes de contato

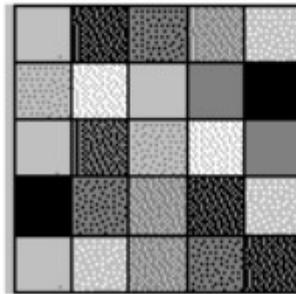
- Autômato celular (definição informal):
  - Consiste em uma matriz, grade ou linha de células.
  - A evolução se dá em passos discretos de tempo.
  - Cada célula é caracterizada por um estado pertencente a um conjunto finito de estados.
  - Cada célula evolui de acordo com as mesmas regras que dependem somente do estado em que a célula se encontra e de um número finito de vizinhos.
  - A relação com a vizinhança é local e uniforme.
  - Sistemas Complexos:

# Autômato Celular

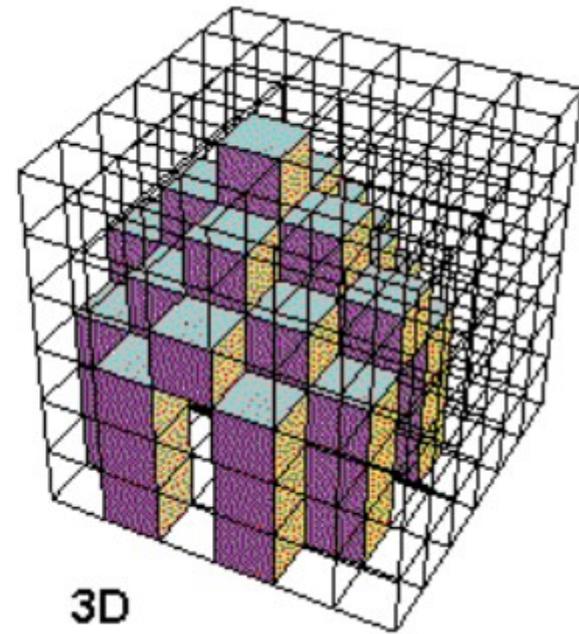
- Geometria da rede:
  - Dimensão



1D



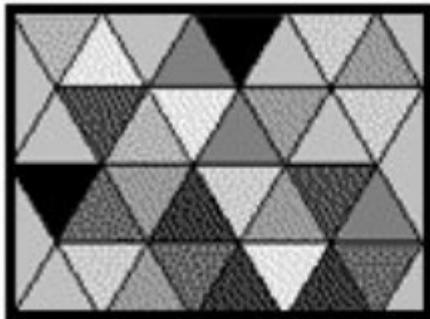
2D



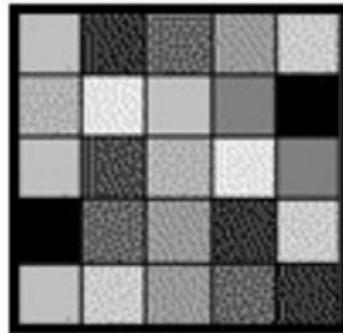
3D

# Autômato Celular

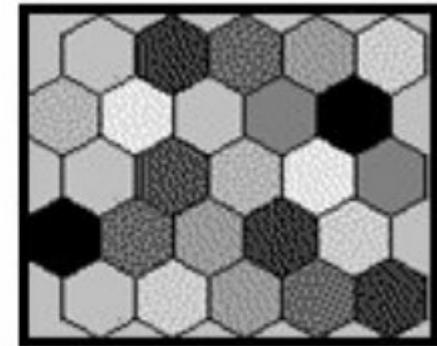
- Geometria da rede:
  - Formato: retangular, triangular, quadrada, hexagonal



Triangular



Quadrangular

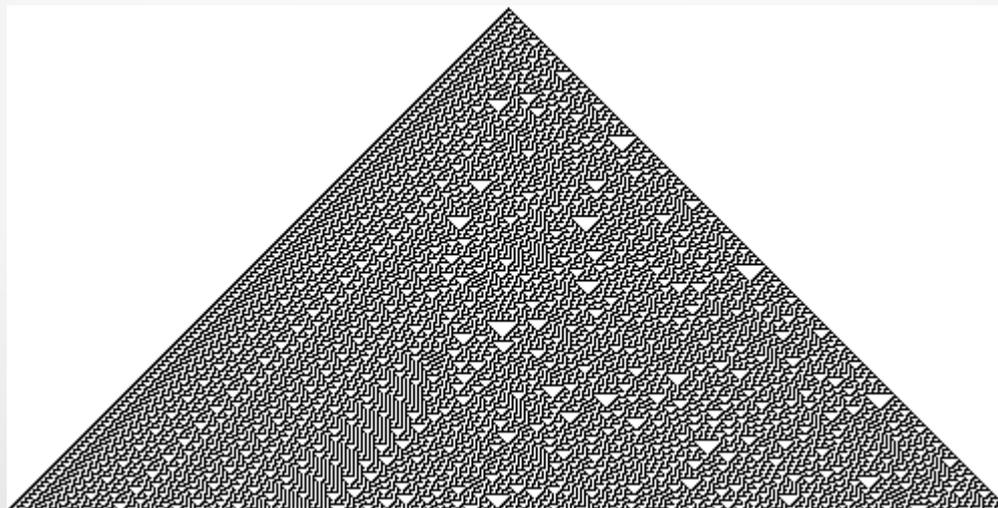


Hexagonal

# Autômato Celular

- Exemplo unidimensional:
  - Regra 30:

Padrão atual	111	110	101	100	011	010	001	000
Novo estado para a célula central	0	0	0	1	1	1	1	0



# Autômato Celular

- Exemplo bidimensional
  - Jogo da Vida:

Regra:

1. Qualquer célula viva com menos de dois vizinhos vivos morre de solidão.
2. Qualquer célula viva com mais de três vizinhos vivos morre de superpopulação.
3. Qualquer célula com exatamente três vizinhos vivos se torna uma célula viva.
4. Qualquer célula com dois ou três vizinhos vivos continua no mesmo estado para a próxima geração.



# Modelo Ising

- N spins espalhados nos sítios de uma rede quadrada.
- Cada célula tem a hamiltoneana:

$$E(\sigma) = - \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - H \sum_i \sigma_i$$

- Em equilíbrio termodinâmico T a probabilidade de encontrar o sistema na configuração:

$$P(\sigma) = \frac{1}{Z} e^{-\beta E(\sigma)}$$

# Modelo Ising

- Algoritmo:
  - Um átomo é escolhido. Seu momento de dipolo é invertido, em seguida Calcula-se:
    - Se  $\Delta E \leq 0$  então a célula continuará com a nova configuração.
    - Se  $\Delta E > 0$  então calcula-se  $P(\sigma)$  para que o momento de dipolo volte a configuração inicial.

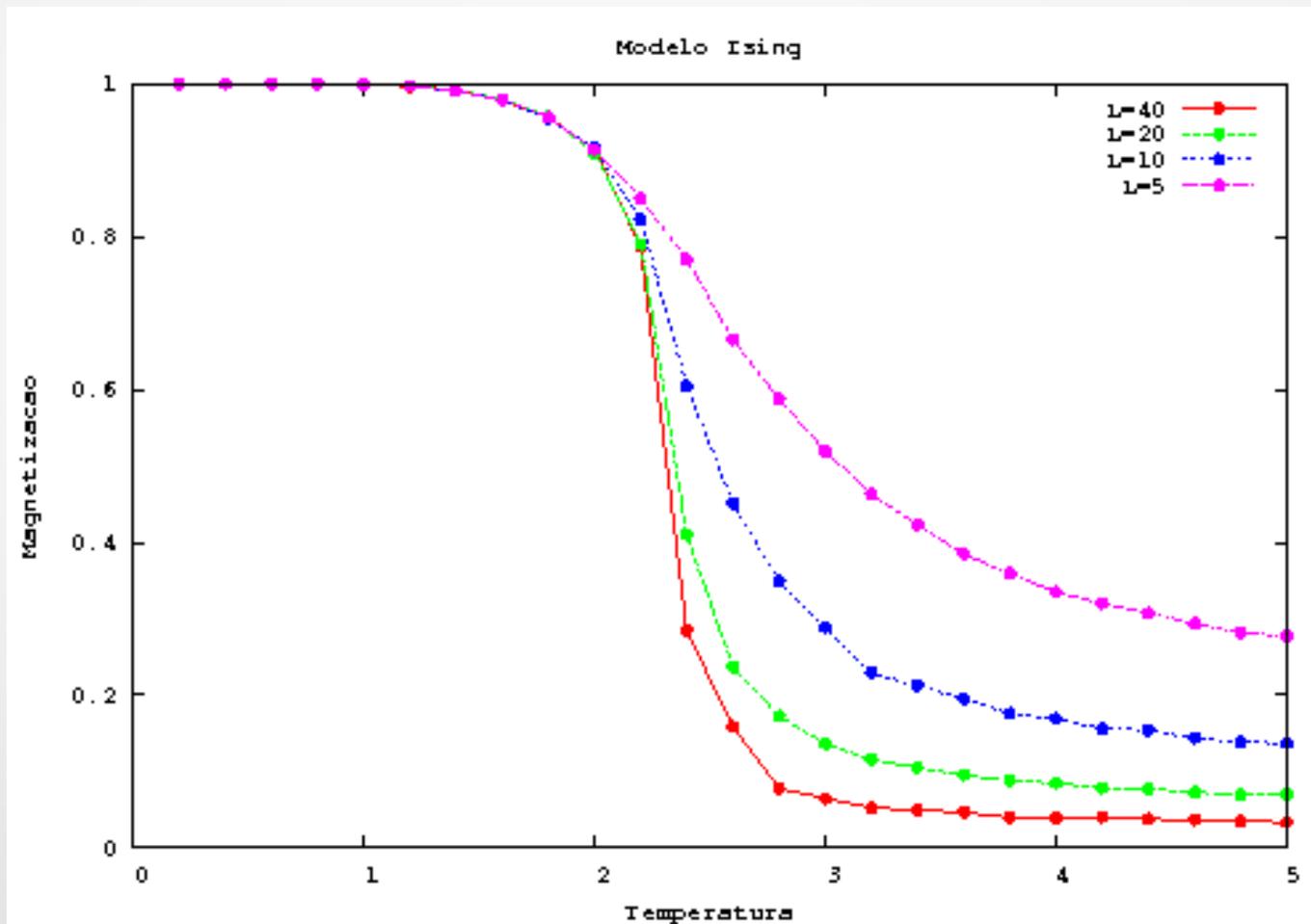
# Modelo Ising

- Simulação

<http://cftc.cii.fc.ul.pt/PRISMA/capitulos/capitulo3/modulo8/topico6.php>

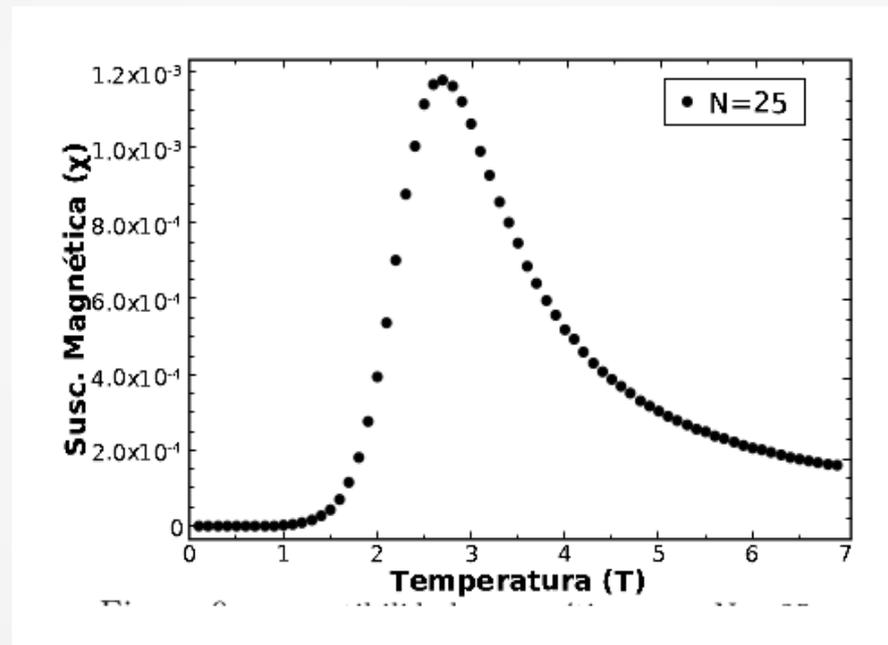
# Modelo Ising

- Resultados:



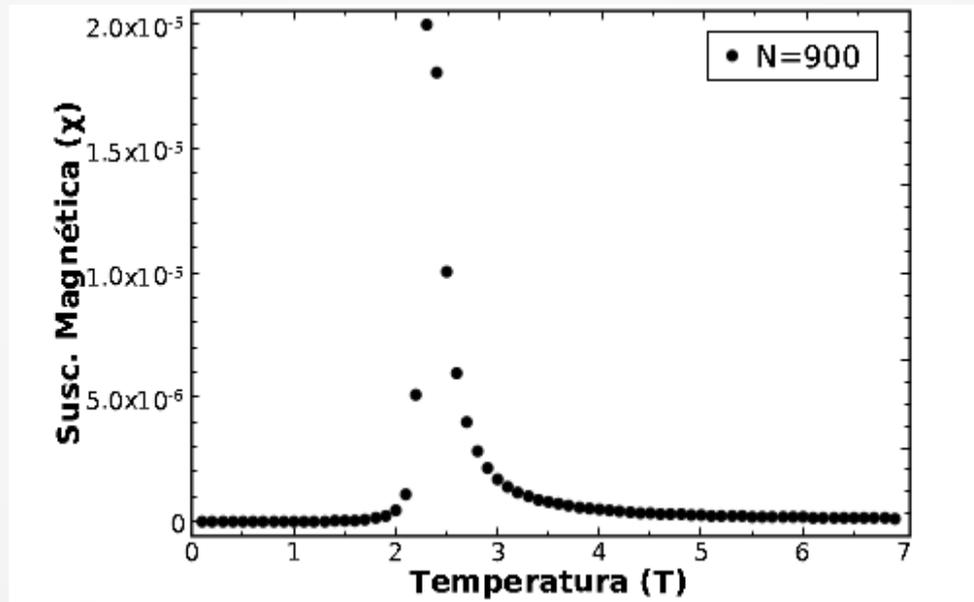
# Modelo Ising

- Resultados



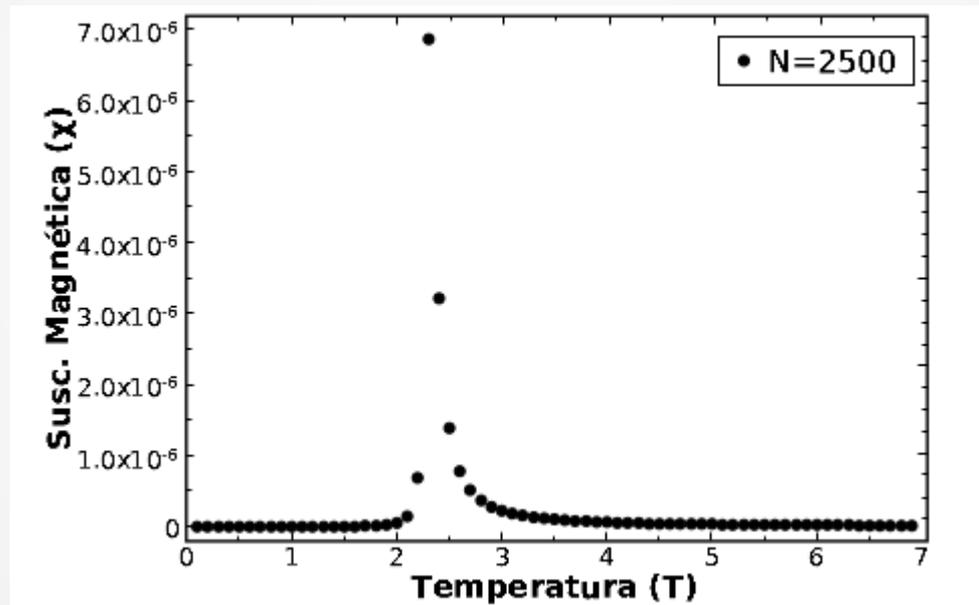
# Modelo Ising

- Resultados



# Modelo Ising

- Resultados



# Referências

- [1] SALINAS, Sílvio RA. Introdução a Física Estatística Vol. 09. Edusp, 1997.
- [2] TOMÉ, Tânia; DE OLIVEIRA, Mário José. Dinâmica estocástica e irreversibilidade. Edusp, 2001.
- [3] DE OLIVEIRA, Mário José. Termodinâmica. Livraria da Física, 2005.
- [4] DA COSTA, Lucas. Modelo Ising 2D