

Transições de Fase

Passando para o Sólido

→ Diversos materiais naturais ~~podem~~ apresentar diferentes ~~formas~~ configurações (ou estados ou fases) de acordo com ~~as~~ as condições dos parâmetros se encontram.

→ Por exemplo a água pode se estar em estado líquido ou gasoso ou sólido. Dizemos que o líquido o gasoso são os "estados" ou "fases" da água. O líquido e o vapor de água possuem densidades muito bem definidas, o que permite caracterizar qual estado a água se encontra ~~de~~ a sua densidade.

alta densidade
para líquido
baixa densidade
para vapor

→ O que é interessante para o estudo que me apresentou neste capítulo consiste no fato de que a água entre o estado líquido, ou seja, sua densidade sofre uma mudança brusca. e isso acontece a uma temperatura bem definida

1) dizemos que a água sofre uma transição de fase a uma temperatura $T = T_c$ (onde $T_c = 100^\circ C$ no nível do mar), pois sofre uma mudança brusca de densidade (que caracteriza sua fase) sofre uma mudança brusca nessa temperatura.

→ Outro exemplo são os materiais ferromagnéticos que possuem configurações de spins muito organizados quando a temperatura é suficientemente baixa, o que gera uma magnetização espontânea do material. Porém a partir de uma temperatura crítica T_c os spins se desorganizam esse material se desorganiza (grupos a nível atômico formam causado pela ruptura momentânea). A partir dessa temperatura os spins ficam desorganizados o que leva a uma "desmagnetização" do material.

2
→ Diversos outros contextos também
apresentam características similares
a casos exemplos aproveitados
da física.

e por exemplo, em ~~dados~~ ^{dados} da
camuflagem, os "crashes"
podem ser interpretados
como transições de fase,
bem como.

• Dados de biologia também
apresentam citações similares
como por exemplo emergência
de comportamentos em
respostas a pressão evolutiva
Uma certa espécie mata
um certo comportamento
ou um certo traço até
um certo nível de
pressão ambiental.

A partir de um certo
valor crítico dessas pressões
elas é obrigada a
mudar de comportamento
ou será eliminada por
seleção natural

→ Outra desse bastante
interessante para se
estudar as transições
de fase são os

"modelos matemáticos"
ou "computacionais"

Existem uma gama enorme
de modelos que são
inspirados (ou não) em
fenômenos naturais (os
quais podem observar
esses transições).

A utilização desses modelos
são importantes por serem
a possibilidade de se
simular e assim permitir
o estudo desse contexto,
uma vez que observa
estes fenômenos na
natureza é muitas vezes
impossível (seja pelo custo do
experimento, seja pela
própria dificuldade de acesso
e avaliação do experimento).

→ Estado dos ~~gases~~

Transições de fase em substâncias líquidas e gasosas

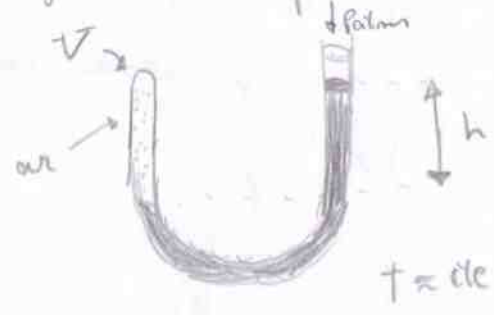
~~Alguns~~ ^{discreta} ~~mas~~ acima de substâncias podem apresentar transições de fase. Uma outra nos referir ao estudo destas substâncias no contexto de transições líquido-gas.

Uma apresenta primeira chamado "modelo do gás ideal" no qual se baseia na hipótese de que as partículas do gás obedecem a outras (hipótese de um gás muito rarefeito). Uma verificação para esta hipótese não é suficiente para prever uma transição de fase brusca. Se a consideração de interações entre partículas permite a previsão deste comportamento de transição, o que será discutido no scot sobre gás de Van der Waals

- O Gás Ideal -

Em 1643, Boyle realizou

o seguinte experimento



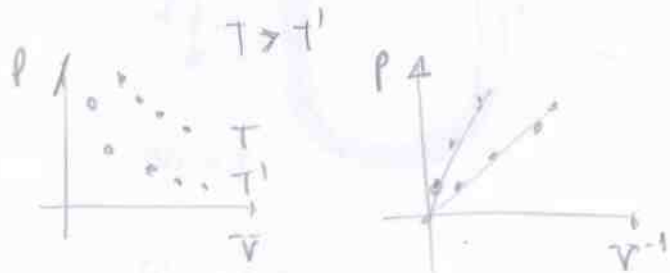
Veremos ao longo do tubo U. Na parte à esquerda temos uma quantidade de ar contida no volume V. A parte negra representa a região preenchida por mercúrio de densidade ρ_m . A parte à direita do tubo está aberta, e portanto sujeita a uma pressão atmosférica P_{atm} . Todo o sistema é mantido em um reservatório termico de temperatura (T) constante. A pressão "P" exercida sobre o volume de ar é o resultado da soma da pressão atmosférica mais a pressão feita pelo desnível "h" da coluna de mercúrio. i.e:

$$P = P_{atm} + \rho_m g h$$

→ Boyle verificou a partir desse experimento que quando a ^{temperatura} ^{é constante} ^{respeitando}

$$V \propto \frac{1}{P} \Rightarrow PV = cte$$

Na verdade de obter dados como o apresentado acima



O plot à direita sugere que

$$PV = cte$$

e a inclinação da reta formada depende da temperatura

hipótese $PV = cte \cdot T$

Como a quantidade de matéria também interfere na pressão exercida sobre as paredes de cada gás.

hipótese $PV = cte \cdot N \cdot T$

O que nos permite escrever agora a chamada "lei dos gases ideais" ou "lei de Boyle"

$$PV = k_B N T$$

onde k_B é uma constante, chamada de constante de Boltzmann

→ Essa equação funciona relativamente bem para a descrição de gases muito rarefeitos e se encontra presente pouco ^(ou quase nenhuma) interação entre suas partículas.

Na realidade ela não prevê nenhuma transição brusca de suas variáveis características



Na prática acima vemos a pressão em função da densidade $\rho = \frac{M}{V}$

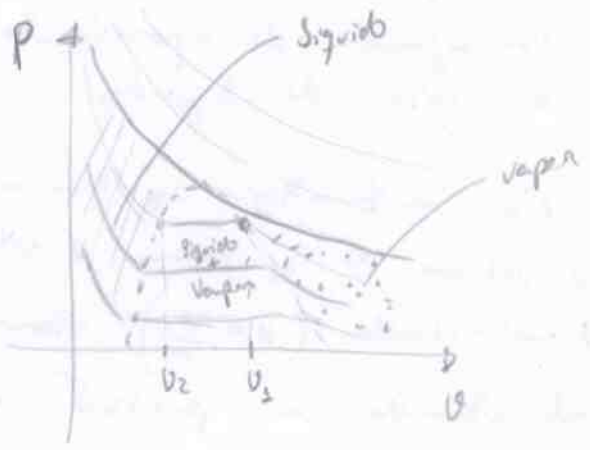
Note que as linhas apresentam um comportamento monotonicamente decrescente, sem nenhuma mudança brusca.

→ A falta de consideração da interação entre moléculas é o ingrediente essencial para a falha.

isso ficou claro quando ~~colocar~~ apresentamos o modelo de Van der Waals.

→ Experimentalmente, como já ~~está~~ sabemos, esta equação só funciona para gases bastante rarefeitos.

A curva abaixo apresenta os resultados experimentais de ~~pressão~~ volume ~~em função~~ do volume para diferentes temperaturas.



Para ~~uma~~ ~~parte~~ ~~do~~ ~~grau~~ (gases rarefeitos) a curva ~~isotérmica~~ ~~se~~ ~~comporta~~ ou para altas pressões as isotérmicas se comportam monotonicamente crescentes, como prevê a equação dos gases

→ No entanto observamos a transição de fase (brusca variação da densidade ρ . o que não é explicado pela eq. dos gases ideais.

→ O que temos experimentalmente é que diminuído o volume a partir de um valor suficiente grande ~~e~~ ~~o~~ ~~pressão~~ ~~deixa~~ ~~de~~ ~~alterar~~ a pressão deixa de alterar a partir de um ponto permanecendo constante até um outro ponto característico onde ele volta a subir

∴ A diminuição do volume é acompanhada por uma transição de fase onde o sistema vai de um ponto com o grau de ~~alta~~ ^{maior} densidade $\rho = \frac{M}{V} = \frac{1}{m}$ para um grau de ~~alta~~ ^{menor} densidade

quando o sistema se encontra
~~em~~ em um caso $U > U_2$
temos o estado gelado.

No entanto diminuindo U
e a partir de $U \leq U_2$
começa a aparecer
gotas líquidas. No seu caso
uma parte do sistema está
no estado líquido e outra
no estado gelado.

A medida que vamos ~~diminuindo~~
diminuindo U a
proporção líquido / gelo
vai aumentando também
e sempre com $P = cte$
quando $U = U_2$ o sistema
se encontra totalmente
no estado líquido e
aí permanece para $U < U_2$

→ Para o seguinte:

quando $U \leq U_2$ começa
a se formar gotas de
água.

Pessa primeira as moléculas
se constituem essas gotas
já não age da mesma
forma sobre as outras
partículas e mesmo ~~estão~~
em movimento ~~elas~~
partículas do container.

∴ Há uma diminuição
de pressão do gás como
consequência do aparecimento
de gotas de líquido.

No entanto, ao diminuirmos
o volume do container a este
diminuição ($U = \frac{V}{N}$) afeta
abundante a pressão do
sistema

→ No geral o sistema
sofre um aumento de
pressão causado pela diminuição
do volume, mas ao mesmo
tempo ele diminui também
a pressão (= na mesma
proporção) em virtude do
aparecimento de gotas

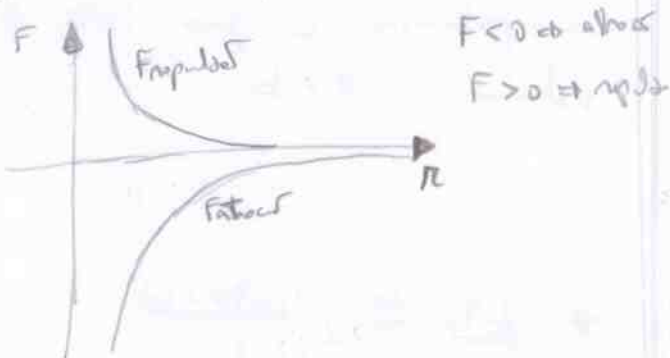
→ No geral $\Delta P = 0$

→ Modelo de Van der Waals (V.W.)

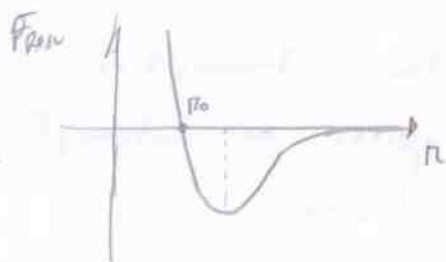
(1893)

O seu fiz V.W foi considerar que as partículas de um gás interagem.

A força resultante de interação entre duas moléculas se dá por ~~uma~~ uma força de atração e ou seja de repulsão.



$F < 0 \Rightarrow$ atrac
 $F > 0 \Rightarrow$ repul



onde " r " é a distância entre as duas moléculas.

→ Para $r < r_0$ a força de interação é fortemente repulsiva

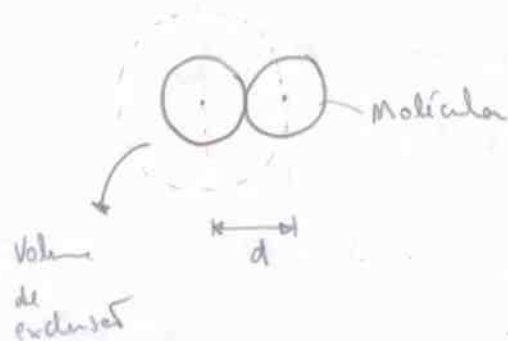
podemos considerar uma molécula como uma ^{esférica} estrutura impenetrável de raio r_0 .

→ Para $r > r_0$ a força de interação é atrativa com máximo em r_0 e diminuído rapidamente com o aumento de " r ". Esta força é conhecida por força de Van der Waals.

→ Efeito do tamanho das Moléculas:

Vamos considerar as partículas como esferas impenetráveis de raio r_0 .

Vamos chamar de "volume de exclusão" aquele ~~que~~ associado a uma dada molécula no qual as demais não podem de acessar.



→ Agora se quisermos perceber que o volume de exclusão (uma esfera de raio $d = 2 \cdot r_0$) é dado por

$$V_{\text{excl}} = \frac{4}{3} \pi d^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi (2r_0)^3 = 8 \cdot \left(\frac{4}{3} \pi r_0^3 \right)$$

$V_{\text{excl}} = 8 V_0$ onde V_0 é o volume de uma única esfera

→ Dado esta consideração, teremos N partículas esféricas de volume de cada, contidas num recipiente de volume V , o volume total acessível a uma das ~~partículas~~ moléculas será:

$$V - V_{\text{excluído}} = V - (N-1) \cdot 8V_0$$

→ Poderíamos pensar em corrigir o termo do volume na eq. de Boyle fazendo as substituições

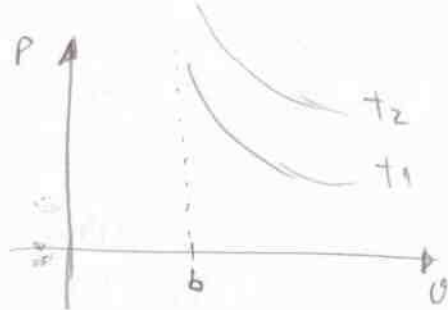
$$V \rightarrow V - V_{\text{excluído}}$$

ou de forma mais capariente introduzindo $\phi \equiv \frac{V}{N}$ e portanto

$$V \rightarrow V - b$$

onde b é uma constante e portanto teríamos a eq. de Boyle corrigida

$$P(V-b) = K_B T$$



Note que as isothermas são hiperbólicas, como no caso do gás ideal, porém divergentes em $V=b$.

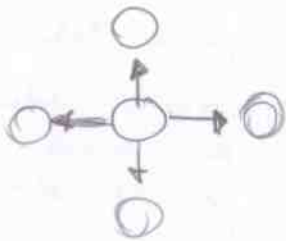
Dessa forma, é preciso exercer uma pressão infinita para comprimir o gás até o volume $V=b$.

→ Efeitos das Interações
entre partículas



Vamos agora introduzir as ~~partículas~~ efeitos de interações entre moléculas

Principalmente note que, na média, uma molécula que se encontra no meio do recipiente apresenta uma força de atração nula, visto que as forças de atração entre as demais moléculas se anulam

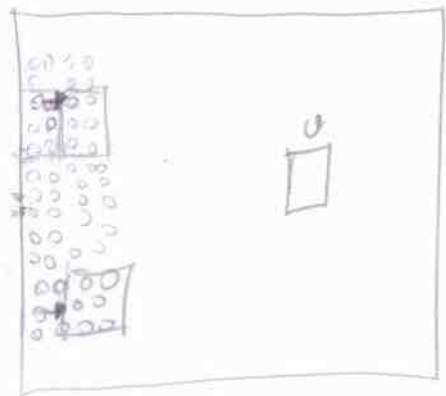


Na figura acima, a molécula do meio recebe uma força atrativa de cada uma das moléculas (sobre esta molécula) mas a força resultante é nula.

→ No entanto isso não se aplica às moléculas que estão mais próximas das paredes do recipiente

→ Nestas circunstâncias a força exercida pelas moléculas na parede do recipiente é diminuída pela força oriunda das moléculas do meio.

→ Com esta consideração, a pressão deve diminuir ao reduzir a pressão do gás ideal.



Considera-se que a cada segundo de área dA do container temos um certo número de moléculas que colidem.

Este número é proporcional à densidade de partículas

$$\# \text{ Moléculas por Elemento de Área} \propto \frac{N}{V} \approx n$$

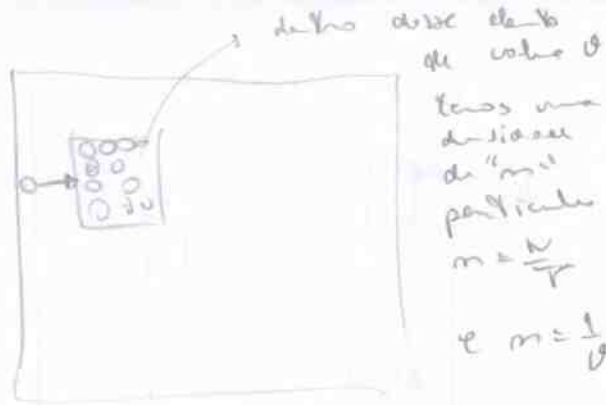
As partículas que colidem com as paredes são aquelas que estão a uma distância $\sim \lambda_0$

→ No entanto, cada partícula que colide com a parede está sob ação de outras partículas que estão a uma distância $\sim \lambda_0$ dessas partículas.

→

* Falar sobre forças de interação (atrativa e repulsiva) entre as moléculas





→ Uma única partícula se colide com as paredes ter sua força de atrac nesse parede reduzida e rebota a situação. Se as partículas não interagem na verdade

$$F_{\perp} = F_{ideal} - cte \cdot m$$

forças d'atraç
moleculas q'colide
à parede
no caso de partícula
não não

densidade
de partículas
q' atrac
a partícula
em
geral

$$\therefore \Delta F \propto -m$$

onde $\Delta F = F_1 - F_{ideal}$

→ No estado em dado elemento de área das paredes do container tem um número proporcional a n moleculas q' colidem nesse elemento de área.

F_{total} : força total q'colide num elemento de área da parede ser de

$$F_{total} \propto m \cdot F_{\perp}$$

$$F_{ideal} \propto m \cdot F_{ideal}$$

e a pressão será

$$P = \frac{F_{total}}{\Delta A}, \quad P_{ideal} = \frac{F_{ideal}}{\Delta A}$$

$$\frac{m}{A} [F_{\perp} - F_{ideal}] \propto -\frac{m}{A} \cdot m$$

$$\therefore P - P_{ideal} \propto -m^2$$

ou

$$P - P_{ideal} = -\frac{a}{V^2}$$

$$P = P_{ideal} - \frac{a}{V^2}$$

onde "a" é uma constante característica do gás

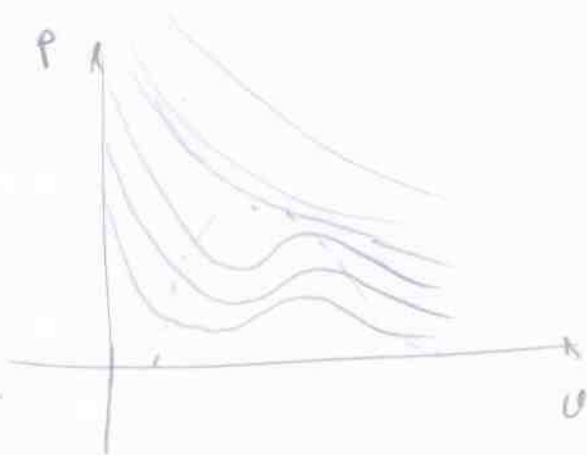
Podemos corrigir até a equaç de Boyle fazendo a substituição

$$P_{ideal} \rightarrow P + \frac{a}{V^2}$$

→ Considerando também a
conexão deixo pelo volume
de exclusão, temos
frequentemente a eq.

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = kT$$

Também chamada de
equação de Van der Waals
onde "a" e "b" assumem
valores característicos para
cada substância.



→ Analisando a Eq.

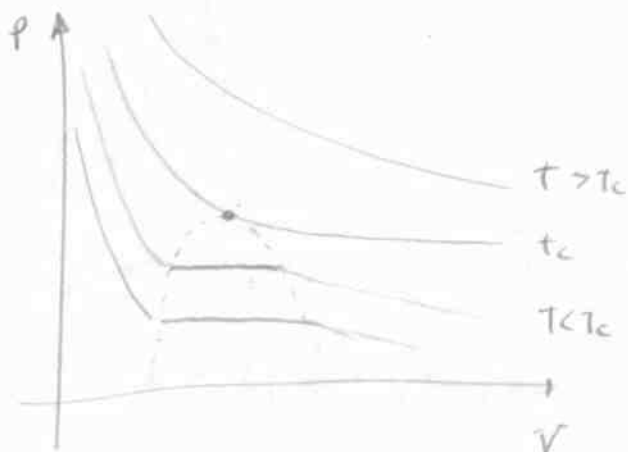
de Van der Waals

A eq. do ^{estado de} v.w deduzida
fere logicamente na
seção anterior e dada
por

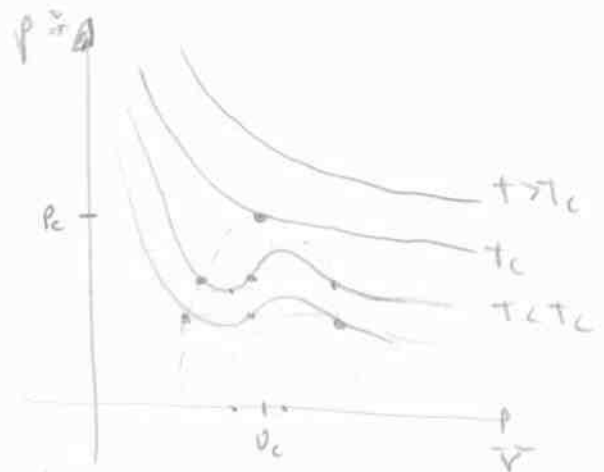
$$\left[P + \frac{a}{V^2} \right] (V - b) = RT$$

Vamos primeiramente
analisar as curvas isotérmicas
dadas por esta equação
no plano $P-V$ e
compará-las com as
isotermas obtidas experimen-
talmente.

Abaixo vemos as isotermas
experimentais no diagrama $P-V$



Abora o diagrama da
eq. de v.w.



Note que a eq. de v.w prevê
uma transição de fase
para isotermas com temperaturas
menores que uma temperatura
crítica T_c , as isotermas
acima ou em T_c apresentam
comportamento
diferente e não um comporta-
mento monotonicamente crescente
como é o caso de isotermas
com $T > T_c$, típica do
gás ideal (parafrito).

2

→ Com os eqs. determinamos o valor de T_c a partir dos parâmetros da eq. de V.W, i.e. a, b.

→ finalmente vamos resolver a eq. de V.W em função de um polinômio cúbico:

$$v^3 - \left(b + \frac{RT}{P}\right)v^2 + \frac{a}{P}v - \frac{ba}{P} = 0$$

(eq. 1)

Esta equação deve ter 3 raízes quando $T < T_c$ e exatamente no ponto crítico, (P_c, v_c) , estas raízes são idênticas.

Podemos fazer o mesmo escrever

$$(v - v_c)^3 = 0$$

(eq. 2)

Iguando a (eq. 1) com a (eq. 2) e analisando no ponto crítico chegamos a

$$v^3 - \left[b + \frac{RT_c}{P_c}\right]v^2 + \frac{a}{P_c}v - \frac{ab}{P_c} = (v - v_c)^3$$

$$= v^3 - (3v_c)v^2 + (3v_c^2)v - v_c^3$$

O que nos permite escrever que:

$$\begin{cases} -3v_c = -\left(b + \frac{RT_c}{P_c}\right) \\ 3v_c^2 = \frac{a}{P_c} \\ -\frac{ab}{P_c} = -v_c^3 \end{cases}$$

(eq. 3)

Destes três relações podemos determinar os valores críticos da Eq. de V.W em termos dos parâmetros a e b:

$$v_c = 3b$$

$$P_c = \frac{a}{27b^2}$$

(eq. 4)

$$T_c = \frac{8a}{27Rb}$$

Note que

$$\frac{P_c v_c}{RT_c} = \frac{3}{8}$$

Universal $\frac{P_r v_r}{RT_r} = \frac{3}{8}$

→ Universalidade da Eq. de V.W.

→ Vamos neste caso garantir na característica constante, interessante da eq. de V.W. Vamos mostrar que ela é universal, ou seja, podemos reescrevê-la para alguns subitens...

→ Primeiramente, vamos introduzir

$$\left\{ \begin{aligned} t &= \frac{t - t_c}{t_c} & \Rightarrow T &= t_c(t+1) \\ \pi &= \frac{P - P_c}{P_c} & \Rightarrow P &= P_c(\pi+1) \\ w &= \frac{V - V_c}{V_c} & \Rightarrow V &= V_c(w+1) \end{aligned} \right.$$

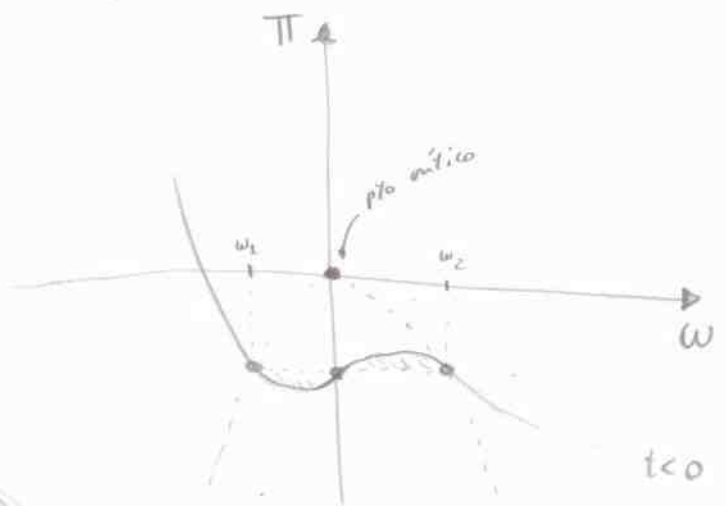
Substituímos esses parâmetros na eq. de v.w. (eq. 1) chegamos a

$$[\pi+1] = \frac{R T_c (t+1)}{P_c [V_c (w+1) - b]} + \frac{a}{V_c P_c [V_c (w+1) - b] (w+1)} \cdot \left[\frac{b}{V_c (w+1)} - s \right]$$

Mas introduzindo os resultados (eq. 2) chegamos a

$$\pi = -1 - \frac{3}{(1+w)^2} + \frac{4(1+t)}{1 + \frac{3}{2}w} \quad \text{(eq. 3)}$$

Note que esta equação, que foi escrita em termos de parâmetros característicos, independe explicitamente dos parâmetros a e b. Nesse ponto, todos os subitens obedecem a esta fórmula de forma semelhante



9

Esta expressão é universal PP

...

w_1 seria a densidade da fase líquida, enquanto que w_2 a densidade da fase gasosa

Assa forma $\Delta w \equiv w_2 - w_1$

é o parâmetro de ordem

→ Analise nos vizinhos do ponto crítico

Vamos agora nos restringir a análise nos vizinhos do ponto crítico

Mais especificamente, vamos

considerar w pequeno, de modo que deve valer

$$\Pi(w_2) \approx \Pi(w_1)$$

Vamos então escrever Π (dado pela eq. A) por:

$$\Pi = -1 - 3(1+w)^{-2} + 4(1+w) \left(1 + \frac{3}{2}w\right)^{-1}$$

Para w pequeno vale a expansão:

$$\left. \begin{aligned} (1+w)^{-2} &= 1 - 2w + 3w^2 - 4w^3 + O(w^4) \\ \left(1 + \frac{3}{2}w\right)^{-1} &= 1 - \frac{3}{2}w + \frac{9}{4}w^2 - \frac{27}{8}w^3 + O(w^4) \end{aligned} \right\}$$

Dessa forma chegamos a

$$\Pi = 4t - 6tw - \frac{3}{2}w^3 + O(w^4, tw^2)$$

para w e t pequenos.

$$\therefore \begin{cases} \Pi(w_1) \approx 4t - 6tw_1 - \frac{3}{2}w_1^3 \\ \Pi(w_2) \approx 4t - 6tw_2 - \frac{3}{2}w_2^3 \end{cases}$$

Nesse contexto (w pequenos)

$$\Pi(w_1) \approx \Pi(w_2)$$

Logo \rightarrow Π_T definida

$$\Pi_T \equiv \Pi(w_1) \approx \Pi(w_2)$$

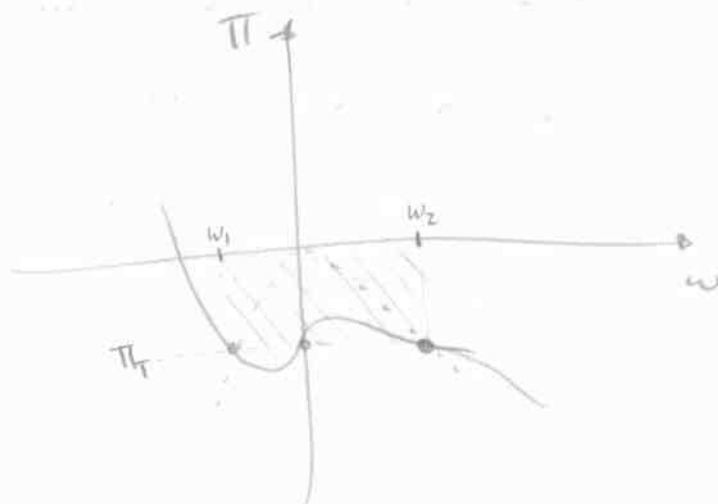
Construção de Maxwell

Logo agora determinamos a dependência de Δw com a temperatura " t " nas vizinhanças do ponto crítico.

Para isso vamos adotar um cálculo aproximado introduzido por Maxwell

e por isso chamado de "Construção de Maxwell"

Primeiramente considere a parte hochumada do gráfico abaixo



Note que a área hochumada \square tem valor $(w_2 - w_1)\Pi_T$ e para t pequenos vale a aproximação:

$$(w_2 - w_1)\Pi_T \approx \int_{w_1}^{w_2} \left[4t - 6tw - \frac{3}{2}w^3 \right] dw$$

onde a parte de integral é a isoterma da eq. de V.W.

Desenvolvendo esta relação chegamos a:

$$4t(w_2 - w_1) - 3t(w_2^2 - w_1^2) - \frac{3}{8}(w_2^4 - w_1^4) =$$

$$= (w_2 - w_1) \Pi_t$$

Conveniente uma hipótese
simplificada de que $w_2 = -w_1$

A equação acima simplifica-se
a

$$w_2^2 = -\frac{t}{4}$$

Desse forma

$$\Delta w = 2w_2 = 2\sqrt{-\frac{t}{4}}$$

ou seja

$$\Delta w \sim (-t)^\beta$$

com $\beta = \frac{1}{2}$

Esta é a forma

assintótica da curva de
coexistência nas vizinhanças
do ponto crítico

Valores de volume dos
espécies críticas para o
caso de V.W. e
comparar com valores
experimentais reais

	V.W	Experimento
β	$\frac{1}{2}$??
δ	1	??

→ A Compressibilidade ^{Isotérmica} de
gas de V. W

→ Para que o modelo de Van der Waals apresente estabilidade mecânica é necessário que se proveja que o sistema ante sua pressão com a diminuição do volume. Este princípio está de acordo com

...

Dessa forma, a compressibilidade de Isotérmica, definida por

$$K_T \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

deve ser sempre positiva. Isso acontece pois aumentando o volume, temos uma diminuição da pressão

ou seja

$$\frac{\partial V}{\partial P} < 0 \Rightarrow K_T > 0$$

→ Da eq. ?? podemos escrever

$$P = \frac{RT}{(V-b)} - \frac{a}{V^2}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3}$$

Exatamente no volume crítico V_c temos

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{T, V_c} = -\frac{RT}{(V_c-b)^2} + \frac{2a}{V_c^3}$$

Usando os resultados, eq. III temos

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{T, V=V_c} = -\frac{R}{4b^2} (T - T_c)$$

Considerando $\frac{\partial V}{\partial P} = \frac{1}{\frac{\partial P}{\partial V}}$ temos

que nas vizinhanças do ponto crítico

$$K_T = + \frac{1}{V_c} \frac{4b^2}{R(T-T_c)}$$

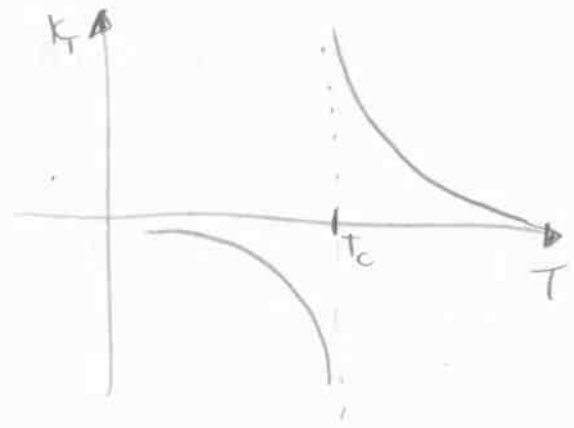
ou

$$K_T \sim \left(\frac{T-T_c}{T_c} \right)^{-\gamma}$$

onde $\gamma = 1$

em discordância com os dados experimentais -> relativamente o modelo prevê a transição de fase em

$T = T_c$



Note que a compressibilidade diverge em $T \rightarrow T_c^+$

Note também que o modelo apresenta uma anomalia física

para $T < T_c$ pois a compressibilidade ~~Isotermica~~ apresenta valores negativos o que não é possível fisicamente.

Tableles com valores Experi-tais

Substancia	a (Pa·m ⁶)	b (10 ⁻⁶ m ³)	Eq. V. IV			Experimental		
			T _c	P _c	v _c	T _c (K)	P _c (atm)	P _c (g/cm ³)
H ₂ O	0,544	30,5	635	213,4	91,5·10 ⁻⁶	647,5	218,5	0,325
O ₂	0,138	32,6	152	47	98·10 ⁻⁶	154,6	49,7	0,41
N ₂	0,136	38,5	128	34	116·10 ⁻⁶	126	33,5	0,31
H ₂	0,0248	26,6	33	12,82	128·10 ⁻⁶	32,98	12,76	0,0314

$$1 \text{ Pa} = 9,86973767 \cdot 10^{-6} \text{ atm}$$

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$R = 8,2057458 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3 \text{ atm}}{\text{K mol}}$$

Substancia	a (atm m ⁶)
H ₂ O	5,36886 · 10 ⁻⁶
O ₂	1,362 · 10 ⁻⁶
N ₂	1,342 · 10 ⁻⁶
H ₂	0,245 · 10 ⁻⁶

→ Valores de expoentes críticos de fluidos:

	α	β	γ	$\alpha + 2\beta + \gamma$	δ
V. de Woods	0	1/2	1	2	
Experimentos (p/alguns fluidos)	$\sim 0,11$	$\approx \frac{1}{3}$	1,2-1,4	$\approx 2,03$	$\sim 4,1-4,4$
Teoria Landau	0	1/2	1	2	3

→ Quantidades Físicas:

Calor Específico: $C_v \sim |t|^{-\alpha}$

Gas-Líquido densidade de fase:
(Potência de ordem) $(\rho_L - \rho_G) \sim (-t)^\beta$

Compressibilidade Isotérmica: $\kappa_T \sim |t|^{-\gamma}$

Isoterma crítica ($t=0$): $P - P_c \sim |\rho_L - \rho_G|^\delta \text{sgn}(\rho_L - \rho_G)$

Comprimento de Correlação: $\xi \sim |t|^{-\nu}$

Função de Correlação de Paris:
em t_c $G(\vec{r}) \sim \frac{1}{r^{d-2+\eta}}$

→ Valores dos Exponentes Críticos para a Classe de Universalidade de Ising:

	α	β	γ	$\alpha + 2\beta + \gamma$	δ	ν	η
Campo Médio	0	1/2	1	2	3	1/2	0
Ising d=2 (Exato)	0	1/8	7/4	2	15	1	1/4
Ising d=3	0,104	0,325	1,234	1,988	5,2	0,625	0,027-0,028
Heisenberg	-0,1	0,33	1,33	1,83	4,2	0,7	0,067
Experi- mentos (ferromagnéticos materiais)	≈ 0	$\sim 1/3$	5/4	$\sim 2,3$			

• Por exemplo, $\beta = 0,368 \pm 0,005$ for the insulating ferromagnet CaB_2 Zisten (1969)

→ Unidades Físicas:

• Calor Específico: $C_H \sim |t|^{-\alpha}$

• Magnetização (Parâmetro de Ordem): $M \sim (-t)^\beta$

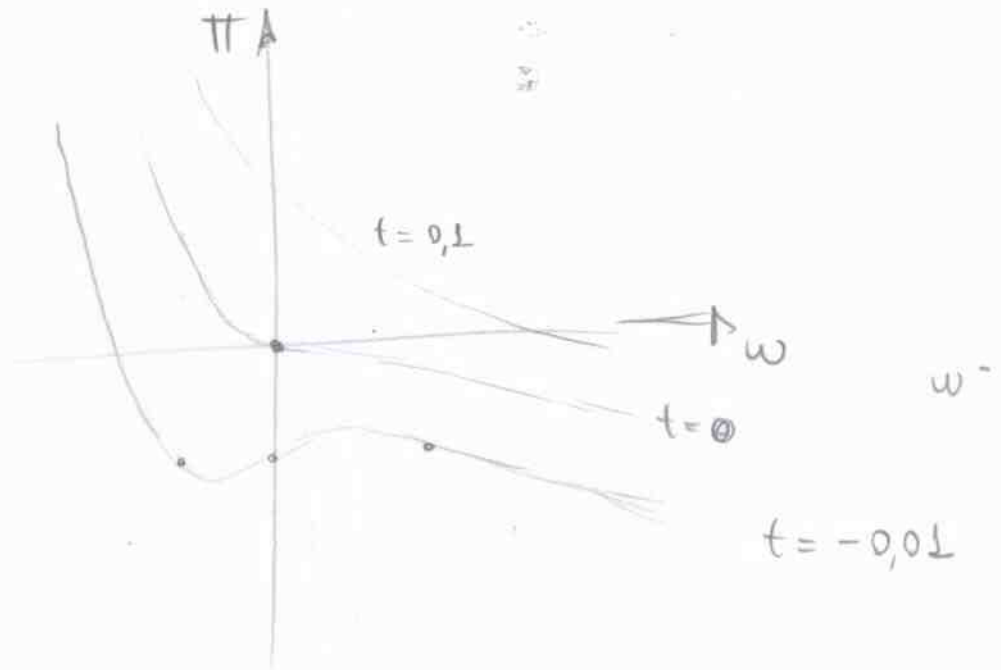
• Susceptibilidade Magnética: $\chi_T \sim |t|^{-\gamma}$

• Comprimento de Correlação: $\xi \sim |t|^{-\nu}$

• Isotherma Crítica ($H=0$): $H \sim |M|^\delta \cdot \text{sign}(M)$
(Parâmetro de ordem)

• Função de Correlação em T_c : $G(r) \sim \frac{1}{r^{d-2+\eta}}$

→ Alguns valores t-krassente no plot no Maple



$$w \in [-0,3, 0,5]$$

$$t = \frac{T - T_c}{T_c}$$

$$T - T_c = t \cdot T_c$$

$$T = t T_c + T_c$$

$$T = (1+t) \cdot T_c$$

Substância	t	T
H ₂ O T _c = 635 K	-0,01	627,66
	0	635
	0,1	698,5
O ₂ T _c = 151 K	-0,01	149,49
	0	151
	0,1	166,10
N ₂ T _c = 128	-0,01	126,72
	0	128
	0,1	140,8

Eq. Original

$$P = \frac{RT}{(v-b)} - \frac{a}{v^2}$$

Eq. Universal

$$\pi = -1 - \frac{3}{(1+w)^2} + \frac{4(1+t)}{1 + \frac{3}{2}w}$$