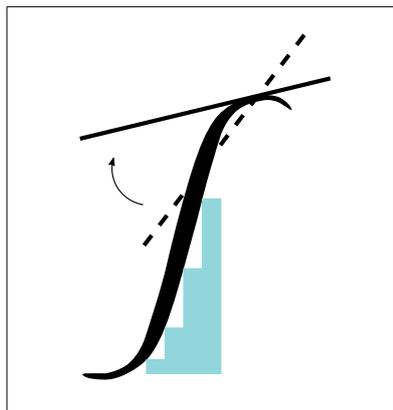


Boletim Lavrense de Matemática

Edição 7, 23 de novembro de 2021



A batalha pelo título de precursor do Cálculo

Os séculos XVII e XVIII testemunharam um extraordinário desenvolvimento científico. E uma disputa tornou-se notável: quem foi o inventor do Cálculo Diferencial e Integral, um dos maiores feitos na Matemática. Confira na nossa reportagem especial as contribuições de Newton e Leibniz para este desenvolvimento.

CURIOSIDADE

Calendário: uma invenção humana

“Deus fez os dias e as noites, mas o homem fez o calendário.”, autor desconhecido.

O calendário é uma invenção humana, com a qual podemos classificar dias do futuro e dias do passado, e colocá-los em ordem. Hoje o comércio internacional, as competições esportivas, as reuniões de li-

deranças mundiais, e muitas outras atividades tornam-se impossíveis sem o uso de um calendário comum, e esse calendário comum é conhecido como calendário Gregoriano. Na seção de curiosidades veremos de que maneira o mundo começou a utilizar um calendário unificado.

Índice

A guerra do Cálculo [pág. 2](#)

Curiosidades [pág. 4](#)

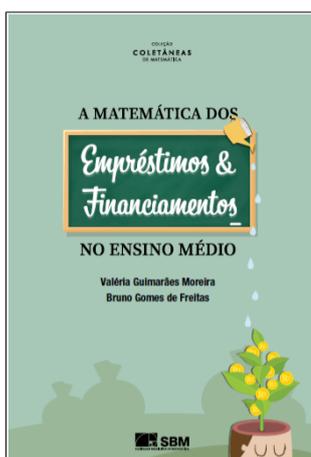
Sugestão de leitura [pág. 5](#)

Desafios Matemáticos [pág. 5](#)

LANÇAMENTO DE LIVRO

Empréstimos e financiamentos

Muitas vezes nos deparamos com descontos promocionais, propostas tentadoras de empréstimos, parcelamento aparentemente sem juros. Nesse contexto, o conhecimento matemático tem muito a contribuir e nos ajuda a analisar de maneira mais adequada qual decisão tomar. A recente publicação “A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio” discute esses temas e propõe maneiras de abordá-los em sala de aula.



Contatos

Site: www.dmm.ufla.br/matematicaemtodolugar
e-mail: boletindamatematica.dmm@ufla.br



EDITORES
DMM/UFLA
Ana Claudia Pereira
Graziane Sales Teodoro
Hélcio G. F. Filho
Ricardo Edem Ferreira

ESPECIAL

A guerra do Cálculo

Os séculos XV e XVI viram um dos maiores conflitos sobre ideias entre os que defendiam o estudo dos infinitesimais e os que não aceitavam essas ideias.

Na 6ª edição do boletim fizemos uma sucinta apresentação desse momento histórico e indicamos um livro que narra os acontecimentos desse período na luta pelo direito de estudar e ensinar os infinitesimais.

O desenvolvimento do Cálculo, que está intimamente relacionado ao conceito de infinitesimal, também gerou bastante conflito.

O Cálculo é um ramo da matemática que estuda taxas de variação de grandezas e a acumulação de quantidades. Por exemplo, a taxa de liberação de um medicamento no corpo humano, a determinação do fluxo de calor entre uma geladeira e o ambiente, entre outros. Esse ramo da matemática está fundamentado em um conjunto de três operadores: limite, derivada e integral. É usado em problemas que possam ser modelados matematicamente à procura de uma solução ótima, sendo utilizado nas ciências físicas, na ciência da computação, estatística, engenharia, economia, medicina e em outras áreas.

Atualmente, atribuímos a invenção do Cálculo a Sir Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Cada um de forma independente e original contribuiu muito para o que acreditamos ser o maior avanço na matemática desde os gregos.

Diversos estudiosos contribuíram para o surgimento do Cálculo. Muitos deles, mesmo que de forma imprecisa ou não rigorosa, já utilizavam conceitos do Cálculo para resolver vários problemas como por exemplo, Cavalieri, Barrow, Fermat e Kepler. No entanto, foi na criação de um Cálculo manipulável e proveitoso, que Leibniz e Newton, trabalhando independentemente, deram suas contribuições, motivo pelo qual são considerados os criadores do Cálculo.

Newton chegou aos seus resultados sobre o Cálculo, que ele chamou de seu método de fluxos e fluentes, entre os

anos de 1665 e 1666 quando fez um retiro na propriedade de sua família devido à peste que castigou a Inglaterra. A Universidade de Cambridge onde Newton residia fechou suas portas no outono de 1665 e ele buscou refúgio em Grantham até que os estudos em Cambridge foram retomados em abril de 1667. Nesse período Newton também fez descobertas importantes sobre ótica, mecânica dos fluidos, física das marés, leis do movimento e gravitação universal. Todo esse trabalho deu origem a seu livro *Óptica* (1704) e também a seu livro mais famoso *Principia* (1687).

Em outubro de 1666 ele escreveu um panfleto com 48 páginas, com oito proposições, com o título *Para resolver problemas resultantes do movimento as proposições seguintes são suficientes*. O que ele fez nesse trabalho, e que foi feito também por Leibniz de forma independente uma década depois, foi inventar um poderoso sistema matemático capaz de analisar qualquer curva.

Newton não se dedicou muito para publicar seu resultados. Porém, em 1669 ele escreveu um manuscrito chamado *De Analysi per Aequationes Numero Terminorum Infinitas* baseado no trabalho de 1666 sobre Cálculo. Esse livro foi usado pelos partidários de Newton para sustentar a afirmação de que ele havia inventado o Cálculo antes de Leibniz. Infelizmente esse livro só foi publicado quando Newton já era velho.

Leibniz, por sua vez, não teve treinamento formal em matemática. Seu trabalho com a matemática começou em 1672, quando conheceu o físico e matemático Christian Huygens (1629-1695). Nessa época Huygens era considerado um dos maiores cientistas do século XVII. Huygens indicou o caminho da matemática para Leibniz, sugerindo que ele estudasse o livro *Arithmetica Infinitorum* de John Wallis, que também havia inspirado Newton anos antes.

Por volta de 1675, em Paris, Leibniz se dedicou ao estudo do conhecimento matemático da época, conseguiu compreendê-lo, harmonizá-lo e

assim concebeu o Cálculo. Na década seguinte, Leibniz refinou suas descobertas, criou um sistema totalmente original de símbolos e representações usados ainda hoje.

Cronologicamente, Leibniz foi o segundo a inventar o Cálculo, mas foi o primeiro a publicar suas descobertas em dois trabalhos nos anos de 1684 e 1686.

No final do século XVII começaram as acusações de plágio e desonestidade de parte a parte, ora em segredo, ora abertamente por meio de artigos anônimos ou publicados por terceiros. Newton e Leibniz se acusaram mutuamente. Newton foi eleito como membro da *Royal Society* (instituição destinada à promoção do conhecimento científico fundada em 1660) em 1672 e Leibniz foi eleito como membro estrangeiro em 1673. Em 1703, Newton foi eleito presidente da *Royal Society* e foi nesse cargo que publicou o livro *Óptica* onde ele reivindicou pela primeira vez a invenção do Cálculo. Até aquele momento, a maior parte dos contemporâneos de Newton acreditava que o inventor do Cálculo era Leibniz, sobretudo fora da Inglaterra. A *Royal Society*, composta pelos principais cientistas da Inglaterra patrocinou a distribuição de documentos que afirmavam que Newton era o primeiro inventor do Cálculo e acusava Leibniz de plágio. A guerra do Cálculo terminou em 1727 com a morte de Newton.

As histórias desse período são contadas no fascinante livro *A Guerra do Cálculo*, de Jason Socrates Bardi, publicado pela editora Record, em 2010. *A Guerra do Cálculo* narra, segundo o autor, “o maior debate sobre propriedade intelectual de todos os tempos”. Certamente, a obra revela como Newton e Leibniz eram geniais, brilhantes, vaidosos, algumas vezes loucos e completamente humanos.

Antes de Leibniz e Newton já haviam sido feitas muitas descobertas, porém faltava a criação de um simbolismo geral com um conjunto sistemático de regras analíticas formais e também um desenvolvimento, consistente e rigoroso, dos fundamentos

da área.

No fim do século XVII, Newton teria sido o primeiro a aplicar o Cálculo na física geral, mas Leibniz teria desenvolvido grande parte das notações e símbolos usados até hoje, sendo o primeiro a utilizar o símbolo de integral.

Cronologicamente temos:

- 1666: Newton desenvolve o Cálculo;
- 1676: Leibniz desenvolve o Cálculo com uma simbologia diferente da utilizada por Newton e sem conhecer seu trabalho;
- 1684: Leibniz faz sua primeira publicação sobre o assunto no periódico mensal *Acta Eroditorum*;
- 1687: Newton publica *Philosophiae naturalis principia mathematica*, obra que trata de Cálculo e Fundamentos da Física.

Agora que já conhecemos um pouco das contribuições de Newton e Leibniz para o surgimento do Cálculo vamos conhecer um pouco da vida de cada um deles.

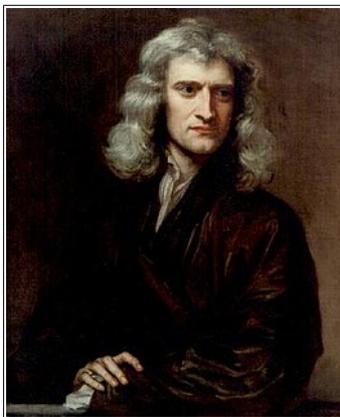
Isaac Newton

“Não sei o que posso parecer para o mundo, mas para mim mesmo pareço ter sido apenas como um garoto brincando beira-mar e me desviando de vez em quando para encontrar uma pedra mais lisa ou uma concha mais bonita do que o normal, enquanto o grande oceano da verdade estava por descobrir diante de mim.” (Isaac Newton)

Isaac Newton nasceu em 4 de janeiro de 1643, no condado de Lincolnshire, Inglaterra. Mas, pelo calendário Juliano usado na Inglaterra na época, Newton nasceu no dia 25 de dezembro de 1642. Filho de fazendeiros, Newton não conheceu seu pai, morto três meses antes de Newton nascer. Quando tinha três anos, sua mãe se casou novamente e foi morar com o novo marido, deixando-o sob os cuidados de sua avó materna.

Estudou na escola Kings School, onde era um aluno mediano. Entretanto, depois de uma briga com um

colega de classe, começou a se esforçar mais nos estudos. Passou então a ser um dos melhores alunos da escola. O sucesso nos estudos levou Newton a entrar na Faculdade Trinity, em Cambridge.



Newton retratado por Godfrey Kneller, 1689. Fonte: *Wikipédia*.

Depois de formado, Newton dedicou também seus estudos à matemática e tornou-se professor de matemática em 1669. Em 1670, começou a dar aulas de ótica. Nesta época demonstrou como, através de um prisma, é possível separar a luz branca nas cores do arco-íris.

Em 1679, o cientista inglês voltou-se para mecânica e os efeitos da gravitação sobre as órbitas dos planetas. Em 1687, publicou o livro *Principia Mathematica*, no qual apresentou as três leis universais do movimento, conhecidas atualmente como as três leis de Newton da mecânica. Ele usou a palavra grega *gravitas* (que significa peso) para definir sua lei da gravitação universal. Com este livro, Newton ganhou reconhecimento mundial.

Ele nunca casou ou teve filhos e, quando morreu em 31 de março de 1727, Newton não deixou herdeiros. Seus estudos são sua maior herança para a humanidade. Estes continuam sendo aplicados e celebrados até hoje.

A lenda da maçã foi espalhada pela sobrinha do cientista inglês, Catherine Barton Conduitt, e seu marido, que viveram com ele nos últimos anos de vida do cientista. Além disso, o próprio Newton contou ao estudioso William Stukeley ter sido inspirado por uma maçã caindo em seu quintal a investigar a teoria da gravitação. Stukeley relata a conversa que teve com Newton no livro *Memória de Sir Isaac Newton*, publicado em 1752.

O matemático Lagrange disse que

Newton foi o maior gênio que já viveu. Newton era relativamente modesto sobre suas realizações, escrevendo em uma carta a Hooke em 1676, “*Se eu vi mais longe, foi por estar sobre os ombros de gigantes.*”

Gottfried Wilhelm Leibniz



Leibniz. Fonte: *Wikipédia*.

Gottfried Wilhelm Leibniz foi um filósofo e cientista que trabalhou nos campos da matemática, geologia, teologia, mecânica, história, jurisprudência e linguística. Nasceu em Leipzig, Alemanha, em 1 de julho de 1646. Seu pai era professor de filosofia. Leibniz desenvolveu um amplo espectro de interesses em função de seu gosto pelos livros da biblioteca de seu pai. Tornou-se órfão de pai aos 6 anos.

Anos mais tarde, ingressou na Universidade de Leipzig para estudar direito. A universidade recusou o pedido de Leibniz para cursar seu doutorado, pois era muito jovem, e logo depois ele ingressou na Universidade de Nuremberg, onde obteve o seu doutorado.

Dentre suas contribuições Leibniz aperfeiçoou a máquina de calcular inventada por Blaise Pascal, estabeleceu os fundamentos do Cálculo Integral e do Cálculo Diferencial, trabalhando independentemente de Newton, fundou a dinâmica, trabalhou em dispositivos mecânicos como relógios, prensas hidráulicas, luminárias, submarinos, e moinhos de vento, aperfeiçoou o sistema binário de numeração usado hoje em operações de computador e estabeleceu as bases para a topologia geral.

Foi o precursor no estudo da análise combinatória publicando o seu

livro *A Arte da Combinatória*, no qual introduziu os princípios da computação moderna e toda a lógica que hoje utilizamos na linguagem de pro-

gramação. Fruto do seu trabalho em lógica, Leibniz desenvolveu uma máquina de calcular, apresentando-a na *Royal Society* quando fez uma vi-

sita a Londres.

Leibniz morreu solitário, no dia 14 de novembro de 1716, num funeral vazio. ■

CURIOSIDADES

Calendários Juliano e Gregoriano

A unidade de tempo fundamental usada em quase todos os calendários é o dia, que é o período de rotação da Terra em torno de seu eixo ou, do nosso ponto de vista humano, o tempo que o sol leva para completar sua jornada e retornar ao mesmo ponto no céu. Poderíamos contar os dias, mas à medida que o número de dias aumenta essa contagem fica cada vez mais difícil. É fácil contar os dias para a chegada de um compromisso agendado para daqui a dois dias. Mas é quase impossível não se perder na contagem dos dias para um compromisso daqui a 461 dias. São necessárias unidades maiores de tempo para agrupar os dias em unidades mais longas como os meses, e depois agrupar os meses em unidades mais longas que são os anos. Os meses baseiam-se na lua, na regularidade com que a lua aumenta e diminui. O ciclo das estações nos dá o ano.

Embora pareça simples, para chegarmos a um calendário que permitisse a relação entre os mais diversos países sem grandes confusões, foram necessárias muitas reformas. A história da criação do calendário que utilizamos atualmente, chamado calendário Gregoriano em homenagem ao Papa Gregório XIII, começa com o calendário romano.

O conhecimento da história do calendário romano é amplamente baseado nas obras de Censorinus (sec. III d.C.), de Macróbio (sec. IV d.C.), e de Plutarco (46-120 d.C.). O ano desse calendário começava com março e continha 304 dias, organizados em 10 meses; quatro (Marte, Maius, Quintilis e Outubro) com 31 dias cada, enquanto os outros seis tinham 30 dias. O ano terminava em dezembro que, como o nome indica, era o décimo, e portanto o último mês.

Segundo Macróbio e Censorinus, Numa Pompilius (715-672 a.C.), o segundo rei de Roma, adicionou mais

dois meses, janeiro e fevereiro, com janeiro após fevereiro, e reduziu o número de dias nos meses de 30 dias para 29. Ele originalmente alocou 28 dias para janeiro e fevereiro, e o ano passou a ter 354 dias. No entanto, meses com um número par de dias foram considerados azarados, então ele deu a janeiro mais um dia para perfazer um total de 355 dias. Porém, tal calendário não poderia acompanhar o ritmo da lua. Ele também teria instituído um ciclo de intercalação. Neste, um mês extra foi intercalado para manter o calendário em sintonia com as estações.

O calendário romano começava em março e o décimo mês era dezembro.

Houve várias outras reformas durante os cinco séculos seguintes. Entre elas a que incluía a inversão da ordem de janeiro e fevereiro para tornar janeiro o primeiro mês do ano, uma vez que o deus dos portais era conhecido por Jano. Os nomes e durações dos 12 meses permaneceram inalterados durante o período republicano, até a época do ditador Júlio César (107-44 a.C.).

Júlio César empreendeu várias reformas incluindo a reforma do calendário. Ele foi aconselhado a dividir o ano em 12 meses, sem nenhuma tentativa de relacioná-los com a lua, e, em vez de intercalar um mês, intercalar um único dia a cada quatro anos, após 23 de fevereiro, e o ano em que esse dia ocorreu foi referido como um ano bissexto; nesses anos fevereiro teria um dia a mais. Os nomes dos meses deveriam ser preservados, mas o número de dias na maioria foi alterado. Há alguma controvérsia sobre a duração dos meses no calendário reformado de César. O ponto de vista tradicional é que suas durações se alternavam entre 31 e 30, tendo janeiro

31 e fevereiro tendo 29 ou 30. O mês de Julho é uma homenagem a ele, e este calendário ficou conhecido como calendário Juliano.

Com a morte de César o dia intercalar que deveria ocorrer a cada quatro anos, ocorreu a cada três anos, o que fez com que o calendário começasse a falhar. Em 9 a.C., o imperador Augusto (63 a.C. - 14 d.C.) decidiu corrigir a discrepância, e assim um dos meses passou a se chamar Agosto. Diz-se que Augusto escolheu o referido mês para rebatizar em homenagem a Cleópatra que se suicidou naquele mês. A história continua sugerindo que agosto recebeu um dia extra, tirado de fevereiro, para evitar que tivesse um número par de dias (o que era considerado um azar) e menos dias do que o mês de Julho (homenagem a Júlio César); ao mesmo tempo, outros ajustes foram feitos na duração dos meses para evitar três meses consecutivos de 31 dias. O calendário Juliano foi herdado do mundo romano pela cristandade. Porém, o calendário Juliano tinha vários defeitos. Dentre eles, para a Igreja medieval o problema mais sério foi a observação de que as datas da Páscoa estavam começando a cair em dias inadequados. Foi isso que impulsionou todo o movimento reformista.

Assim, no ano de 725, observaram que a lua cheia estava à frente de sua data tabulada. Já no século XIII, estudiosos sugeriram alterações no calendário. Apenas em 1572, com a eleição do Papa Gregório XIII, este se comprometeu a reformar o calendário. Em 1575, Gregório criou uma comissão para aconselhá-lo sobre a reforma do calendário. Por vários anos a comissão debateu o assunto, e em 1582 o Papa Gregório assinou uma bula papal que o colocaria em prática. A mudança real para o novo calendário ocorreu no ano seguinte em 4 de outubro. Depois de

350 anos ou mais, a reforma foi finalmente realizada. Porém, a bula papal continuou a gerar polêmica e crítica. Os países católicos ajustaram seus calendários em 1582 ou 1583, mas os países protestantes hesitaram. A prin-

cipal razão para isso foi a relutância em aceitar instruções do Papa; isso é compreensível considerando o papel de Gregório XIII no massacre dos protestantes franceses. Alguns desses países só aceitaram a reforma no

século XX.

Referência:

[1] Richards, E. G. Mapping time: the calendar and its history. Oxford University Press, 1999. ■

SUGESTÃO DE LEITURA

Educação Financeira

Um cenário do cotidiano no qual a Matemática se faz muito presente é no contexto financeiro. Ocasões como parcelamento de compras, descontos, financiamento de carros ou imóveis envolvem o uso de ferramentas matemáticas como cálculo de porcentagens, funções linear e exponencial, progressões aritmética e geométrica, dentre outras. Por isso, entender esses conceitos é importante para analisar distintas situações que surgem na nossa vida.

Lançado em 2021 pela editora SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), o livro “A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio” aborda de modo atual e didático os principais tópicos da Ma-

temática financeira do ensino básico.

O livro é um produto educacional construído em uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, pelos autores Bruno Freitas e Valéria Moreira, na ocasião, mestrando e orientadora.

Clique aqui para acessar o e-book de forma gratuita.

Ele foi elaborado para professor(as) de Matemática, contendo uma sequência de cinco encontros, com o objetivo de apresentar e desenvolver com os alunos de Ensino Médio o conhecimento acerca de empréstimos e

financiamentos. O material apresenta sequências didáticas para compor aulas, como também orientações para todo o desenvolvimento. Ao final, é apresentada a experiência dos autores com duas aplicações do material que foram base de sua validação.

Assim, esse livro constitui-se um material didático adequado para abordar temas relativos à educação financeira com os alunos do ensino básico, a fim de que eles adquiram o conhecimento necessário para se tornarem cidadãos capazes de administrar com sucesso a vida financeira.

Nós, editores do Boletim Lavrense de Matemática, agradecemos a professora Valéria Moreira que gentilmente colaborou para essa reportagem. ■

DESAFIOS

Desafios da Edição

Envie sua resolução dos desafios desta seção para nosso e-mail. A mais criativa será divulgada na próxima edição do Boletim.

1) Na reportagem “Calendários Juliano e Gregoriano” vimos um pouco sobre anos bissextos. Estes anos são múltiplos de 4, exceto anos múltiplos de 100 que não são múltiplos de 400. Quantos anos bissextos ocorreram desde o ano 1601?

2) O dia 2 de março de dois anos consecutivos foram sexta-feira e domingo, respectivamente. Que dia foi 1º de janeiro do primeiro ano? (*Fonte: OLM*)

Respostas dos desafios da edição anterior (acesse aqui a 6ª edição)

Desafio 1: Este problema está diretamente relacionado com o paradoxo de Zenão da dicotomia ou de Aquiles e a tartaruga, apresentados na 6ª edição do boletim. Cada vez que a supermosca encontra com um trem, devemos somar a distância por ela percorrida e, assim, teremos infinitas parcelas a cada ida e vinda da supermosca. De fato, o problema pode ser resolvido desta maneira usando-se o conceito de **série** (uma soma infinita), assim como os dois paradoxos mencionados. Porém, há uma solução mais simples. Quanto tempo leva para os dois trens se encontrarem? Como a distância entre eles é de 100 km e a velocidade de cada um é 50 km/h, eles se encontrarão depois de 1 hora. Após este tempo, qual a distância percor-

rida pela supermosca? Como a velocidade dela é de 100 km/h, ela percorreu 100 km até os trens se encontrarem.

Desafio 2: Devemos usar uma estratégia para distinguir os livros mais pesados usando uma única pesagem em uma balança digital. Uma maneira de fazer isso, é pegar 1 livro da primeira prateleira, 2 livros da segunda, 3 da terceira e assim por diante até pegar 10 livros da décima. Em seguida, pesamos todos juntos. O dígito da unidade indicará qual prateleira contém os livros mais pesados. Por exemplo, se o valor da pesagem terminar em 7, será a sétima que possui os livros mais pesados porque pegamos 7 livros desta prateleira. ■

Participação

O Boletim Lavrense de Matemática quer ouvir você. Envie-nos sugestões de reportagem, sua opinião, correções e dúvidas através de nosso e-mail.