Boletim Lavrense de Matemática

Edição 13, 6 de maio de 2023

O Poder da Escola Pitagórica

Antes da era comum, o grego Pitágoras fundou a escola conhecida por Escola Pitagórica. Pouco se sabe sobre a rotina desta escola, uma vez que os membros respeitavam regras de silêncio para proteger os segredos da fraternidade. Pitágoras, além de fundador e líder, era visto como um profeta. Seus discípulos acreditavam na reencarnação e na imortalidade da alma, e praticavam rituais de purificação através do estudo de Geometria, Aritmética, Música e Astronomia. Havia regras de lealdade entre membros da escola, e os bens materiais eram distribuídos comunitariamente. Com todas as suas crenças e rituais a Escola Pitagórica tornou-se uma irmandade extremamente poderosa. Poderosa a ponto da classe política se sentir ameaçada. Foi nesse momento que algo precisou ser feito.

CURIOSIDADES

Teoremas e seus nomes especiais

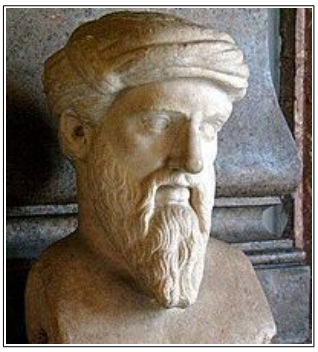
Na Matemática, alguns teoremas recebem nomes especiais, nomes de pessoas. Teorema de Tales, Teorema de Cauchy, Teorema de Abel, entre tantos outros. Os nomes dados aos teoremas podem ter significados diferentes. Pode ser uma homenagem a alguém que começou o estudo daquele assunto, pode ser uma homenagem a quem descobriu o resultado, pode ser uma homenagem a quem provou o resultado.

Na seção Curiosidades discutimos sobre o Teorema de Pitágoras, e qual o papel de Pitágoras em relação a esse resultado que leva o seu nome.

Pitágoras e suas várias versões

A história da vida de Pitágoras possui várias versões. Há muitos relatos distintos sobre cada etapa de sua vida. Mas há algo que é consenso entre os historiadores da matemática, o misticismo em torno da figura de Pitágoras e a relevância incomensurável das contribuições de Pitágoras e seus discípulos à Matemática.

A 13ª Edição do Boletim Lavrense de Matemática apresenta algumas versões da vida de Pitágoras de Samos.



Índice

A Escola Pitagórica pág. 2

Pitágoras de Samos pág. 3

Curiosidades pág. 4

Desafios Matemáticos pág. 4

Sugestão de Leitura pág. 5

Contatos

Site: www.dmm.ufla.br/matematicaemtodolugar
e-mail: boletimdamatematica.dmm@ufla.br
Instagram: www.instagram.com/boletimlavrensedematematica

EDITORES
DMM/UFLA
Ana Claudia Pereira
Graziane Sales Teodoro
Ricardo Edem Ferreira
Thais Presses Mendes

ESPECIAL

A Escola Pitagórica

Por volta de 546 a.e.c. a Pérsia invadiu cidades jônicas e colônias gregas da Ásia Menor. Em meio à invasão, muitos filósofos gregos, e em particular Pitágoras, abandonaram sua terra natal e migraram para o sul da Itália. Pitágoras estabeleceu-se na cidade de Crotona, e sob sua liderança, desenvolveu-se uma escola de filosofia e matemática na referida cidade.

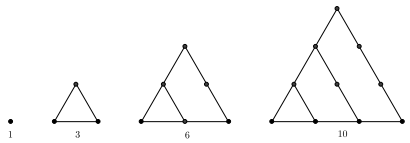
Embora seja chamada de escola pitagórica, por ter bases filosóficas e matemáticas, a escola é caracterizada, muitas vezes, como uma sociedade secreta, uma irmandade unida por ritos e cerimônias secretas, que se assemelhava a um culto. Pitágoras era considerado o mestre dessa irmandade, e como conhecimento e propriedades eram comuns, a atribuição das descobertas não era feita a um membro específico da escola, mas eram chamadas de contribuições dos pitagóricos (nome dado aos discípulos de Pitágoras) ou creditada totalmente ao mestre.

Uma das crenças dos pitagóricos era que, ao morrer, a alma do indivíduo passava para um outro corpo podendo ser este outro corpo o de um animal, o que é conhecido como transmigração das almas. Por esse motivo eram vegetarianos, uma vez que ao matar um animal poderiam estar matando a morada da alma de um amigo morto. Também, por algum motivo desconhecido, feijões eram proibidos na alimentação, bem como os vinhos.

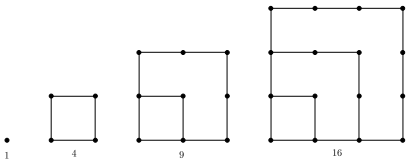
Apesar das rígidas regras que permeavam a conduta dos pitagóricos, é importante destacar que uma característica da ordem pitagórica era a confiança no estudo da matemática e da filosofia como base moral para a conduta. Segundo o historiador da matemática Carl B. Boyer, para os pitagóricos a matemática se relacionava mais com o amor à sabedoria do que com as exigências da vida prática.

A filosofia e o modo de viver dos pitagóricos eram baseados em uma verdadeira adoração aos números e à crença de que características do homem e da matéria estavam relacionadas aos números inteiros. Para eles, o número 1 era o número da razão; o 2 era o número da opinião; o 6 o número da criação; e desse modo acreditavam que cada número tinha suas especificidades. Essas crenças levavam a uma exaltação e ao estudo das propriedades dos números e da aritmética junto com a geometria, a música e a astronomia, que constituiam a base do programa de estudos pitagóricos.

Credita-se também aos pitagóricos a descoberta dos números figurados, isto é, o número de pontos em certas configurações geométricas. Esses números representam uma conexão entre geometria e aritmética.



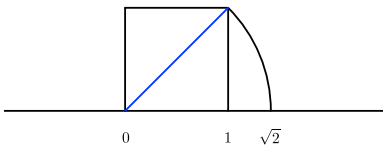
Números triangulares



Números quadrados

O estudo científico das escalas musicais também deve-se aos pitagóricos, que perceberam a relação entre intervalos musicais e razões numéricas. Considerando cordas sujeitas à mesma tensão, eles encontraram que para a oitava os comprimentos devem ter razão 2 para 1, para a quinta 3 para 2 e para a quarta 4 para 3.

Uma das grandes contribuições dos pitagóricos à matemática foi a descoberta da existência de números não racionais, ou seja, números que não podem ser colocados na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e b não nulo. Ao analisar a diagonal de um quadrado de lado medindo uma unidade, eles observaram que ao associar ao número zero uma das extremidades da diagonal, a outra extremidade não podia ser associada a nenhum número racional. Usando a notação atual, o que eles verificaram foi que o número $\sqrt{2}$ não é racional.



Diagonal do quadrado de lado 1

Essa descoberta originou a necessidade de considerar novos números, números esses que pudessem ser associados a esses pontos que não estavam associados a nenhum número racional. E por não serem racionais, vieram a se chamar números irracionais.

Para uma comunidade que cultuava os números inteiros, a descoberta da existência de números irracionais foi algo inesperado e assustador, pois ia contra toda a filosofia pitagórica e ao senso comum, pois intuitivamente, até aquele momento, toda grandeza poderia ser expressa por um número racional. A questão geométrica também foi abalada com tal descoberta. Até então acreditava-se que dados dois segmentos de reta seria sempre possível encontrar um terceiro segmento de reta, que poderia ser muito pequeno, mas que coubesse exatamente um número inteiro de vezes em cada um dos dois segmentos dados. Mas a descoberta dos números irracionais provava a existência de segmentos de reta incomensuráveis, isto é, segmentos de reta para os quais não há uma unidade de medida comum.

A desordem gerada por essa descoberta tomou tamanha proporção que por algum tempo tentaram manter a questão em sigilo. Conta uma lenda que um dos pitagóricos foi lançado ao mar por revelar o segredo a estranhos. Outra lenda diz que ele foi banido da comunidade pitagórica, sendo-lhe ainda erigido um túmulo, como se estivesse morto.

No campo da geometria, acredita-se que a primeira demonstração geral do atualmente conhecido como Teorema de Pitágoras foi dada por ele, a seção de Curiosidades desta edição aborda este tema. Credita-se também aos pitagóricos o resultado que afirma que a soma dos ângulos de um triângulo retângulo é igual à soma de dois ângulos retos, além de toda a

teoria sobre retas paralelas necessária para provar tal resultado. Atribui-se também aos pitagóricos a fórmula

$$m^2 + \left(\frac{m^2-1}{2}\right)^2 = \left(\frac{m^2+1}{2}\right)^2$$

na qual os três termos, para m ímpar, constituem um terno pitagórico, ou seja, três inteiros que representam os catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo.

Essas são apenas algumas das contribuições dos membros da escola pitagórica à matemática. Mas o que se sabe é que as contribuições para o desenvolvimento da matemática vão muito além das que aqui foram apresentadas.

Com o passar do tempo, a sociedade pitagórica tornou-se mais influente e começou a aprensentar tendências aristocráticas, o que fez com que forças democráticas do sul da Itália tomassem a decisão de destruir os prédios da escola fazendo com que a sociedade pitagórica se dispersasse. Embora dispersa, ela continuou a existir por pelo menos mais dois séculos.

Referências:

Introdução à História da Matemática, Howard Eves. Tradução Higyno H. Domingues. Editora Unicamp, 2004.

História da Matemática, Carl B. Boyer. Blucher, 2010. ■

Pitágoras de Samos

Antes de iniciar a biografia de Pitágoras, é importante ressaltar que há várias versões sobre sua história, algumas, inclusive, colocam em dúvida sua própria existência. Isso se deve ao fato de que essas versões foram escritas na antiguidade e muitos documentos desta época se perderam. Pitágoras de Samos foi um filósofo e matemático grego que nasceu por volta de 570 a.e.c., em Samos, uma ilha do mar Egeu na costa da Ásia Menor, na época pertencente à Grécia. Sua mãe, Pythais, era de Samos e seu pai, Mnesarco, era, supostamente, um comerciante rico da cidade fenícia de Tiro, que além de Pitágoras teria tido outros dois ou três filhos.

Pitágoras

Pitágoras passou sua infância em Samos e, embora tenha viajado bastante a negócios com seu pai, teve uma boa formação com professores, como o filósofo Ferécides de Siros (600 a.e.c. - 550 a.e.c.), um dos "sete sábios da Grécia", e também na cidade fenícia de Tiro, com instrutores caldeus e sírios. Visitou ainda a escola jônica dos filósofos Tales de Mileto (624 a.e.c. - 558 a.e.c.) e Anaximandro de Mileto (610 a.e.c. - 546 a.e.c.) e acredita-se que foi Tales quem despertou seu interesse pela matemática e astronomia. Além disso, Pitágoras dedicou-se ao estudo da lira e da poesia. Sua inteligência impressionava seus mestres, que, por diversas vezes, não conseguiam responder às perguntas do jovem.

Há relatos de que Pitágoras estava no Egito quando o país foi invadido pelo rei persa Cambises II (530 a.e.c.-522 a.e.c.) e teria sido levado para a Babilônia como prisioneiro de guerra. Nesta época, conheceu magos locais que lhe apresentaram ritos sagrados em cultos misteriosos. Ele conheceu também os avanços científicos de matemáticos babilônios e teve a oportunidade de se relacionar com sábios de outras culturas, como hebreus e bactrianos, que enriqueceram ainda mais a sua visão do mundo.

Por volta de 530 a.e.c., quando Pitágoras completava quase 40 anos, conseguiu ir para Crotona, uma colônia grega da Magna Grécia, no Sul da península Itálica. Nesta cidade, fundou uma escola filosófica, mais tarde conhecida como Escola Pitagórica, de ideologia religiosa, que teve uma grande influência na política da cidade. Os pitagóricos estenderiam a sua influência e formariam outras comunidades em outras cidades do Sul de Itália.

Há alguns relatos controversos sobre a vida amorosa e familiar de Pitágoras. Segundo o filósofo Porfírio de Tiro (232 - 304), Pitágoras casou-se com uma senhora de Creta, chamada Teano, com quem teve três filhos. Porfírio escreve que Pitágoras teve dois filhos chamados Telauge e Arignote e uma filha chamada Myia. Já o filósofo Jâmblico (245 - 325) não menciona nenhum desses filhos e, em vez disso, apenas fala de um filho chamado Mnesarco, em homenagem a seu avô. Este filho teria sido criado pelo sucessor de Pitágoras, Aristeu, e acabou assumindo a escola pitagórica quando Aristeu estava velho demais para continuar a administrá-la.

A morte de Pitágoras também possui várias versões na história. Sua dedicação e ascetismo são apontados como responsáveis pela vitória de Crotona sobre a colônia vizinha de Síbaris, em 510 a.e.c. Após essa vitória, alguns cidadãos de Crotona propuseram a criação de uma constituição democrática, que os pitagóricos rejeitaram. Então, os partidários da democracia, liderados por Cílon e Nínon, induziram a população contra eles. Seguidores de Cílon e Nínon atacaram os pitagóricos durante uma de suas reuniões. Relatos mostram um incêndio no local da reunião no qual muitos membros morreram, salvando-se apenas os mais jovens. Fontes discordam sobre a presença de Pitágoras nessa reunião e, caso presente, se conseguiu escapar ou não. Segundo um relato, Pitágoras estava na reunião e conseguiu escapar, levando um pequeno grupo de seguidores à cidade de Metaponto, onde se abrigaram no

Templo das Musas e morreram de fome após quarenta dias sem comer. Outro relato afirma que, enquanto os inimigos de Pitágoras estavam queimando o local, seus devotados alunos deitaram-se no chão para fazer um caminho para ele escapar, caminhando sobre seus corpos através das chamas como uma ponte. Pitágoras conseguiu escapar, mas estava tão desanimado com a morte de seus alunos que teria cometido suicídio. Uma lenda diferente relatada pelo filósofo Diógenes de Sinope (413 a.e.c. - 323 a.e.c.) e Jâmblico afirma que Pitágoras quase conseguiu escapar, mas que ele chegou a um campo de favas e se recusou a percorrê-lo, pois isso violaria seus ensinamentos, então acabou morto.

Referências:

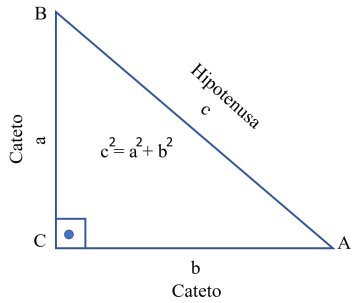
www.nationalgeographic.pt/historia

www.filosofia.com.br ■

CURIOSIDADES

O teorema de Pitágoras é mesmo de Pitágoras?

Muito provavelmente você já ouviu falar e talvez utilizou o famoso Teorema de Pitágoras. Ele é um dos teoremas mais conhecidos da matemática e afirma que, em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa (o lado oposto ao ângulo reto) é igual à soma dos quadrados dos catetos (outros dois lados).



Triângulo retângulo com lados de medidas a, b e c

Mas você sabia que Pitágoras não criou esse teorema que leva o seu nome?

Pitágoras não foi o primeiro a perceber a relação entre os lados de um triângulo retângulo. Indianos, egípcios e babilônios já usavam essas triplas de números. Mas se a origem desse teorema está relacionada às civilizações anteriores, por que esse teorema é conhecido como Teorema de Pitágoras? Isso ocorre porque foram os pitagóricos os primeiros a dar uma demonstração para ele.

O Teorema de Pitágoras gerou um desafio para os pitagóricos para encontrar a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos medindo 1, pois não haveria um valor racional para essa hipotenusa. Já que ela não pode ser representada pelos números inteiros ou fracionários, os únicos que os pitagóricos conheciam. A partir de então iniciou-se os estudos para uma nova classificação dos números, os irracionais. O primeiro número irracional encontrado foi $\sqrt{2}$.

Esse é o teorema na matemática que mais possui demonstrações, totalizando 370 provas.

Muitas outras descobertas importantes na matemática, além da demonstração do Teorema de Pitágoras e números irracionais, são atribuídas, por muitos historiadores, a Pitágoras e aos pitagóricos. Outra descoberta são os números amigos que vimos na primeira edição do Boletim Lavrense de Matemática. Para recordar essa reportagem acesse nosso site.

Referência:

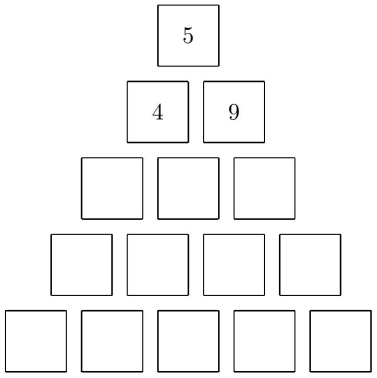
www.aventurasnahistoria.uol.com.br ■

DESAFIOS

Desafios da Edição

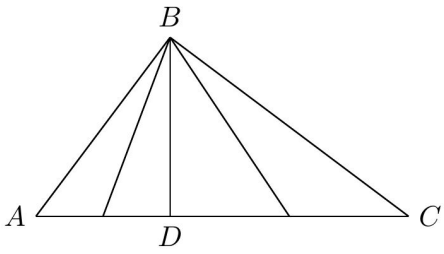
Envie sua resolução do desafio desta edição para nosso e-mail. A mais criativa será divulgada na próxima edição do Boletim.

1) Considere 15 cartas, numeradas consecutivamente de 1 a 15. Disponha as cartas em um triângulo. Considerando os números nas primeiras duas linhas, como referência. Distribua as outras cartas de forma que cada carta seja a diferença entre as 2 cartas logo abaixo dela. Por exemplo, 5 é a diferença entre 4 e 9 (considere sempre a subtração de forma que o resultado seja positivo). Essa condição não se aplica às cartas da última fileira.



Os matemáticos já mostraram a existência de "triângulos de diferença" como este com 2, 3 ou 4 fileiras de cartas, usando números inteiros consecutivos a partir do 1. Os "triângulos de diferença" não podem ter 6 ou mais fileiras.

2) Considerando que o segmento AB mede 3 unidades, que o segmento AC mede 5 unidades e que o ângulo BDC é reto, quantos triângulos retângulos existem na figura?



Referências:

Almanaque das Curiosidades Matemáticas, Ian Stewart. Zahar, 2009.

www.itapema.sc.gov.br

Resposta do desafio da edição anterior (acesse aqui a 12ª edição)

Começando o ciclo em qualquer vértice temos $n-1$ escolhas possíveis. Escolhendo qualquer vértice como o segundo vértice do ciclo, temos $n-2$ para o terceiro vértice. Continuando esse processo de escolha temos que o número de ciclos Hamiltonianos em um grafo totalmente conectado é $(n-1)!$. ■

SUGESTÃO DE LEITURA

Um pouco mais de história

Para aqueles que gostaram da história de Pitágoras e da escola pitagórica, recomendamos a leitura de dois livros: *O quadrado mágico: a Escola pitagórica*, de Silvana de Menezes e *Versos Dourados de Pitágoras*, de Antoine Fabre-D'olivet.

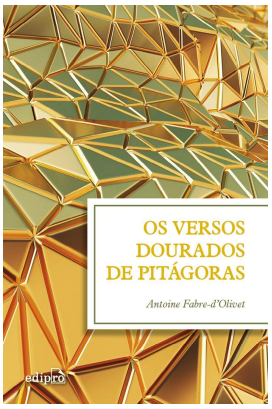
A escritora brasileira Silvana de Menezes possui mais de 40 títulos publicados e adotados em diversas escolas, sendo muitas de suas obras traduzidas na China, na Coreia do Sul e no México.

Seu livro *O quadrado mágico: a Escola pitagórica* retrata a paixão e a busca pelo conhecimento de Pitágoras e os integrantes da escola pitagórica. Além disso, mostra como eles procuravam relacionar a criação, a natureza e a raça humana com os números.

Quadrado Mágico: a Escola Pitagórica
Fonte: *www.estantevirtual.com.br*

Antoine Fabre-D'olivet foi um escritor francês nascido no século XVIII. *Os Versos Dourados de Pitágoras* é considerado sua obra-prima. O livro foi escrito após sua iniciação pitagórica, na Alemanha.

O livro traz algumas reflexões e opiniões de Pitágoras a respeito da vida, trata-se de uma obra autêntica sobre um dos maiores filósofos e matemáticos da antiguidade.



Os Versos Dourados de Pitágoras
Fonte: *www.estantevirtual.com.br*

■

Participação

O Boletim Lavrense de Matemática quer ouvir você. Envie-nos sugestões de reportagem, sua opinião, correções e dúvidas através de nosso e-mail.