Boletim Lavrense de Matemática

Edição 15, 23 de novembro de 2023

Sorte, determinismo ou aleatoriedade?

Basta ligar a TV ou acessar a internet para se deparar com afirmações do tipo: "A probabilidade de chuva é de 27%", ou "A eficácia do medicamento é de 98%". O que essas expressões tem em comum é que elas quantificam a noção do provável. Ao longo dos anos, muitos estudiosos tentaram dar significado ou justificativa para essa quantificação. Alguns alegavam que a sorte tinha um papel fundamental, outros diziam que era apenas uma questão de causa e efeito, mas houveram aqueles que verificaram a existência de processos que eram intrinsecamente aleatórios. Nessa edição exploramos esse e outros tópicos do desenvolvimento da Teoria da Probabilidade.

BIOGRAFIA

Girolamo Cardano

Nessa edição vamos conhecer um pouco sobre a vida de Girolamo Cardano. Ele é considerado um polímata italiano com contribuições importantes em diversas áreas como matemática, física e medicina. Na matemática, tendo iniciado seus estudos com seu pai, que era matemático, ele usou seu conhecimento para contribuir com os estudos dos jogos de azar.

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

Baralhos e Probabilidade

Jogos de baralho são comuns em nosso país. Seja na diversão entre amigos e familiares ou até mesmo em competições o baralho está sempre presente. Mas você já parou para pensar como ele surgiu? De quantas maneiras diferentes podemos ordenar as cartas de um baralho? Na seção Curiosidades dessa edição você irá obter as respostas dessas perguntas e conhecer uma relação entre a Probabilidade e as cartas de um baralho.

Índice

Probabilidade pág. 2

Girolamo Cardano pág. 4

Curiosidades pág. 5

Sugestão audiovisual pág. 6

Desafios Matemáticos pág. 6

Contatos

Site: www.dmm.ufla.br/matematicaemtodolugar
e-mail: boletimdamatematica.dmm@ufla.br

EDITORES
DMM/UFLA
Ana Claudia Pereira
Graziane Sales Teodoro
Ricardo Edem Ferreira
Thais Presses Mendes

ESPECIAL

Probabilidade

Comparada à geometria e à aritmética, a Teoria da Probabilidade é uma descoberta recente. Com menos de 500 anos de existência, o estudo de Probabilidade começou com a busca por melhores resultados em jogos de azar, mas com o passar dos anos mostrou-se uma ferramenta fundamental nos mais variados campos da ciência.

Os problemas que a princípio eram de colocação relativamente simples, e que muitas vezes podiam ser resolvidos com aritmética básica, desafiaram algumas das melhores mentes de cada geração, isso porque os conceitos em que as soluções se baseavam eram novos, desafiadores e necessitavam de visão e pensamento do mundo diferentes daquelas até então utilizadas.

A primeira evidência de que se tem conhecimento, sobre Probabilidade, são os escritos do matemático Girolamo Cardano (1501 - 1576). Cardano que adorava jogos de azar e apostas, tentou desenvolver uma teoria matemática para descrever os padrões aleatórios dos jogos. Mas apesar de buscar uma base matemática para os padrões aleatórios, ele acreditava que a sorte, em um jogo de azar, tinha um papel importante. Em seu livro *Liber de Ludo Aleae* pode-se encontrar o início da ideia de Probabilidade.

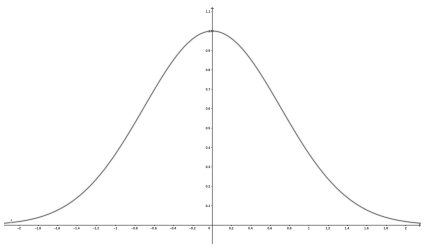
Quando Cardano faleceu, o italiano Galileo Galilei (1565 - 1642) ainda era uma criança. Em sua vida adulta ele escreveu um pouco sobre aleatoriedade, mais precisamente ele estava interessado em explicar porque os números 10 e 11 aparecem com mais frequência na soma das faces superiores obtidas em lançamentos de três dados do que os números 9 e 12. Para ele não era uma questão de sorte, mas sim uma questão de contar e comparar os resultados, por isso ele contou todas as maneiras pelas quais os números 10 e 11 podem ser obtidos. Além de ser o trabalho mais avançado sobre Probabilidade, escrito até aquele momento, o fato do estudo de Galileo estar livre da ideia de sorte o tornou uma conquista muito importante para a época.

Apesar desses primeiros registros, a investigação da Probabilidade começou pra valer com uma troca de cartas entre os matemáticos franceses, Blaise Pascal (1623 - 1662) e Pierre de Fermat (1601 - 1665). Pascal e de Mére (1607 - 1684), um nobre cavaleiro francês, discutiam a base matemática para certos problemas associados a jogos, e em busca de ajuda Pascal recorreu a Fermat em 1654. Alguns dos problemas discutidos diziam respeito à "divisão de participações". A ideia é bastante simples. Suponha que dois jogadores façam apostas iguais em um jogo de azar, e que um jogador decida interromper o jogo antes que ele chegue ao fim. Como eles deveriam dividir as apostas? Considerando que o jogador que está à frente provavelmente teria vencido, mas que estar à frente num jogo de azar não é garantia de vitória, e que a longo prazo, o jogador que está à frente ganha mais frequentemente do que o jogador que está atrás, como fazer a divisão das apostas de modo a refletir todas essas considerações? Pascal e Fermat resolveram múltiplas versões do problema de participações, até que após alguns meses Pascal decidiu parar de trabalhar com matemática.

O trabalho de Pascal e Fermat inspirou discussões entre muitos matemáticos, dentre eles o holandês Christian Huygens (1629 - 1695). Em 1657, Huygens publicou uma cartilha sobre Probabilidade, que colocou o campo da Probabilidade ao alcance de um público mais amplo. A publicação de Huygens foi o primeiro livro de matemática sobre Probabilidade.

O matemático suíço Jacob Bernoulli (1654 - 1705) foi um dos estudiosos da matemática que se impressionou com o livro de Huygens. Tendo acompanhado toda a discussão e criação do cálculo, Jacob Bernoulli logo reconheceu que as ideias e técnicas do cálculo poderiam beneficiar a Teoria da Probabilidade e que a importância da Probabilidade ia muito além do estudo de jogos de azar. O resultado mais famoso obtido por Jacob Bernoulli é o teorema conhecido como Lei dos Grandes Números. A Lei dos Grandes Números gerou grande repercussão entre filósofos, matemáticos e cientistas de um modo geral.

Assim como Jacob Bernoulli, o matemático francês Abraham de Moivre (1667 - 1754) ficou deslumbrado pela obra de Huygens. Ele também usou as ideias e técnicas do cálculo e tudo o que havia de mais recente na matemática para desenvolver suas pesquisas sobre Probabilidade. Assumindo a Lei dos Grandes Números, de Moivre observou que quanto mais a experiência fosse repetida, mais a média de resultados favoráveis pelo números de vezes que o experimento fosse feito se aproximaria da probabilidade esperada, e então era natural supor que desvios grandes da probabilidade esperada são mais raros que desvios pequenos. Desse modo, os desvios se distribuem equitativamente em torno da média, formando uma curva simétrica, com pico na média e decrescendo rapidamente para à esquerda e à direita, conforme os desvios subestimam ou superestimam a média, respectivamente. De Moivre deu a essa curva o nome de Curva Normal, e com o passar dos anos a Curva Normal tornou-se um importante conceito matemático.

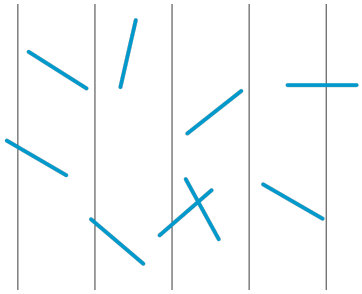


Curva Normal

A partir do final do século XVIII os estudiosos começaram a se preocupar mais com o significado de Probabilidade, uma vez que para ser usada para descrever processos e fenômenos que não fossem jogos de azar um significado impreciso de Probabilidade já não era mais suficiente. Uma das primeiras ideias de Probabilidade foi o resultado da pesquisa do matemático britânico Thomas Bayes (1701 - 1761). Bayes é lembrado principalmente pela afirmação do atualmente conhecido Teorema de Bayes.

O teorema em questão descreve a probabilidade de um evento ocorrer, baseado em um conhecimento a priori que pode estar relacionado ao evento.

Foi também no século XVIII que a conexão entre Probabilidade e geometria ocorreu pela primeira vez com o Problema da Agulha de Buffon, proposto pelo matemático francês Georges-Louis Leclerc de Buffon (1707 - 1788). Imagine um piso liso e plano com linhas paralelas, separadas por uma unidade de medida, desenhadas nele, e uma agulha, cujo comprimento r é menor que uma unidade, para que uma agulha não cruze duas linhas ao mesmo tempo. Buffon mostrou que quanto mais se joga a agulha aleatoriamente no chão, mais próxima a razão entre o número de vezes, h, que a agulha cruza uma linha pelo número total de lançamentos, n, estará do número $\frac{2r}{\pi}$. A beleza desse resultado consiste em obter o número π, que é uma quantidade não probabilística, como o limite de um processo probabilístico.



Agulha de Buffon

Ainda no século XVIII a Teoria da Probabilidade foi usada pela primeira vez para ajudar a formular uma política de saúde pública. A doença em questão era a varíola, que assolava as mais diferentes regiões do planeta. Antes da descoberta de uma vacina contra a varíola, havia duas estratégias para lidar com a doença, uma delas era não fazer nada e torcer para escapar, a outra estratégia era usar a técnica da variolação[1]. O problema então era determinar a melhor estratégia a ser adotada pelo governo. Nesse cenário surge o matemático suíço Daniel Bernoulli (1700 - 1782), sobrinho de Jacob Bernoulli. Daniel Bernoulli decidiu usar a Teoria da Probabilidade para estudar o efeito de variolação na mortalidade. Em 1760, ele apresentou seu modelo matemático e os resultados obtidos. Segundo seus resultados a expectativa de vida aumentaria quase 10% entre os variolados, e por isso ele recomendou o procedimento de variolação. Muitos cientistas apoiaram, mas muitos discordaram da recomendação. Dentre os cientistas que se manifestaram, o matemático francês Jean le Rond d'Alembert (1717 - 1783) embora tenha concluído que a recomendação para a variolação era boa, não concordou inteiramente com a análise feita por Daniel Bernoulli. Segundo d'Alembert um aumento na expectativa média de vida da população não justificava a variolação de bebês, porque o risco do procedimento para o bebê era imediato, e por isso deveria haver mais equilíbrio entre a perda imediata da vida e a possível extensão da mesma. As análises feitas por Daniel Bernoulli e d'Alembert mostram a sutileza e a dificuldade dos problemas probabilísticos.

Também no século XVIII, o matemático suíço Leonhard Euler (1707 - 1783), entre outras contribuições à Teoria de Probabilidade, analisou vários esquemas de loteria estadual. Aparentemente o estudo foi feito a mando de Frederico, o Grande, que patrocinou loterias para angariar dinheiro para o Estado.

No início do século XIX, o matemático francês Pierre-Simon Laplace (1749 - 1827) estudou o problema do movimento planetário e conseguiu explicar todas as diferentes forças envolvidas, bem como seus efeitos. Em seu trabalho Laplace concluiu que as trajetórias dos planetas podem ser previstas com segurança no futuro distante, bem como descritas no passado distante. Esta ideia de previsibilidade foi central para a compreensão da Probabilidade por Laplace. Ele tinha uma visão determinista da natureza, acreditando firmemente no conceito de causa e efeito. A Teoria da Probabilidade, tal como concebida por Laplace, reduz-se a um conjunto de técnicas necessárias para explicar erros de medição. A incerteza sobre o resultado de qualquer processo é, nesta visão, apenas uma função de nossa própria ignorância sobre o fenômeno. Dentre todas as contribuições de Laplace à Teoria da Probabilidade destaca-se o Teorema do Limite Central.

O matemático francês Siméon-Denis Poisson (1781 - 1840), um dos alunos de Laplace, usou Probabilidade em uma pesquisa sobre julgamentos de crimes. Ele utilizou a atualmente conhecida Distribuição de Poisson para analisar a relação entre a probabilidade de condenação do acusado e a probabilidade de o indivíduo realmente ter cometido o crime. Hoje em dia os processos de Poisson são amplamente utilizados nos mais diversos problemas, como por exemplo, no desenvolvimento de modelos probabilísticos de redes telefônicas, em projetos de redes de tráfego, etc.

No final do século XIX os cientistas começaram a identificar fenômenos para os quais a informação necessária para identificar a causa era impossível de se conhecer, como por exemplo o movimento de uma molécula num gás ou o fluxo turbulento de um fluido. Para esse tipo de fenômeno, a abordagem que vinha sendo aplicada para obter previsões já não fazia sentido. Então os cientistas começaram a desenvolver o conceito de um processo aleatório ou estocástico. Essa mudança profunda no pensamento científico começou com o trabalho do botânico escocês Robert Brown (1773 - 1858). Em suas pesquisas Brown observou que as partículas de pólen na água giravam em torno de seu eixo e moviam-se de forma aleatória, e concluiu que os movimentos não foram causados por correntes ou pela evaporação da água, e assim Brown concluiu que o movimento futuro de cada partícula não era influenciado pelo movimento passado e o movimento nunca parava. Através de seus experimentos, Brown deu origem ao que hoje conhecemos como movimento browniano.

Uma tentativa precursora de considerar um fenômeno totalmente aleatório ocorreu em 1876, em um artigo publicado pelo físico britânico James Clerk Maxwell (1831 - 1879). Maxwell usou a Teoria da Probabilidade no estudo dos gases. Ele supôs que todo gás era composto de moléculas em constante movimento,

[1]Sobre variolação veja a Edição 2 do Boletim Lavrense de Matemática.

que se colidiam uma com as outras, mudando a direção e a velocidade das moléculas envolvidas a cada colisão. Ele descobriu que a velocidade com que cada molécula se move, em algum instante, pode variar amplamente de molécula para molécula, mas a probabilidade de que a velocidade de uma determinada molécula caia dentro de uma determinada faixa em um determinado instante pode ser prevista. Maxwell reconheceu que os movimentos das moléculas individuais são menos importantes do que as propriedades da massa como um todo. Portanto, o que era necessário para compreender o gás era uma descrição probabilística do movimento das moléculas como um todo, não uma descrição determinística de cada molécula individual.

O movimento browniano desafiou a análise de causa e efeito que é característica da ciência do século XIX. Porém, a compreensão da causa do movimento browniano não foi suficiente para permitir aos cientistas fazer previsões quantitativas sobre o movimento de partículas. Uma explicação quantitativa do movimento browniano só foi proposta no início do século XX, pelos cientistas Albert Einstein (1879 - 1955) e Marian Smoluchowski (1872 - 1917), de forma independente. Os resultados obtidos por Einsten e Smoluchowski ajudaram a revelar um aspecto da natureza, no qual a aleatoriedade não poderia ser ignorada. Mais ou menos na mesma época, o matemático russo Andrey Andreyevich Markov (1856 - 1922) começou a pensar sobre o que hoje chamamos de processos aleatórios ou estocásticos. Sua contribuição mais conhecida é sua pesquisa no estudo de uma classe de processos aleatórios ou estocásticos chamados Cadeias de Markov. Grande parte da motivação de Markov resultou de seu desejo de tornar a Teoria da Probabilidade tão rigorosa quanto possível. Hoje, os processos de Markov são usados para descrever o comportamento do mercado de ações, problemas nas ciências biológicas e sociais, teoria da comunicação digital entre outros.

Durante as primeiras décadas do século XX, ficou evidente que havia muitos fenômenos que só poderiam ser descritos usando Probabilidade. No entanto, de uma perspectiva matemática, a Teoria da Probabilidade era seriamente deficiente. Foi durante a primeira parte do século XX que os matemáticos Emile Borel (1871 - 1956) e Henri-Léon Lebesgue (1875 - 1941) revolucionaram a matemática com suas ideias sobre a teoria da medida. Eles estavam interessados no problema de medir o volume ocupado por conjuntos arbitrários de pontos, e essa foi a base para um estudo mais rigoroso da Probabilidade. A teoria da medida é uma coleção de ideias e técnicas que permite medir o volume ou área ocupada por conjuntos de pontos, e portanto está intimamente relacionada à integração. Borel e Lebesgue, ampliaram as ideias clássicas de Newton e Leibniz, preservando todos os resultados antigos e trazendo novos conceitos e técnicas para lidar com situações que antes eram insolúveis. O trabalho de Lebesgue e Borel ficou completo quando o matemático russo Andrei Nikolayevich Kolmogorov (1903 - 1987) encontrou uma maneira de aplicar a teoria da medida ao estudo da Teoria da Probabilidade. A visão de Kolmogorov permitiu-lhe trazer o campo da Probabilidade para um ramo mais desenvolvido da ciência, a análise matemática. Kolmogorov foi o primeiro a criar com sucesso uma base axiomática para a Probabilidade, o que permitiu aos matemáticos deduzir teoremas sobre Probabilidade com rigor.

Atualmente a Probabilidade é um dos ramos mais utilizados e úteis da matemática, seja na previsão do desempenho de uma usina nuclear, na teoria da informação, nas tomadas de decisões de autoridades de saúde pública ou mesmo na previsão do tempo. O debate sobre a relação entre Probabilidade e fenômenos aleatórios é animado e continua nos dias atuais. Basicamente a questão gira em torno da conexão entre o que vemos e o que computamos.

Referência:

Probability and Statistics: The Science of Uncertainty, John Tabak. Facts on File, Inc., 2004.

■

BIOGRAFIA

Cardano e a Teoria da Probabilidade

Girolamo Cardano foi um matemático, físico e médico italiano que nasceu em 24 de setembro de 1501, em Pavia, na região da Lombardia. Cardano é considerado um polímata italiano, ou seja, uma pessoa que estudou a fundo diversas áreas do conhecimento. Na matemática, seu gosto pelos jogos, o levou a introduzir as primeiras regras da Teoria da Probabilidade. Na medicina, descreveu clinicamente a febre tifóide e, na física, destacou as diferenças entre energia elétrica e magnetismo.

Cardano era filho ilegítimo (legitimado em 1524) de Chiara Micheria e do jurista e matemático Fazio, de Milão. Aos 50 anos, Fazio conheceu Chiara, uma jovem viúva com três filhos. Chiara engravidou de Fazio, mas antes de dar à luz, a cidade de Milão foi atingida pela peste e ela foi morar temporariamente em Pádua com alguns amigos de Fazio, onde teve um final de gravidez mais saudável.

Logo após o nascimento de Cardano, Chiara recebeu a notícia da morte de seus três outros filhos devido à peste.

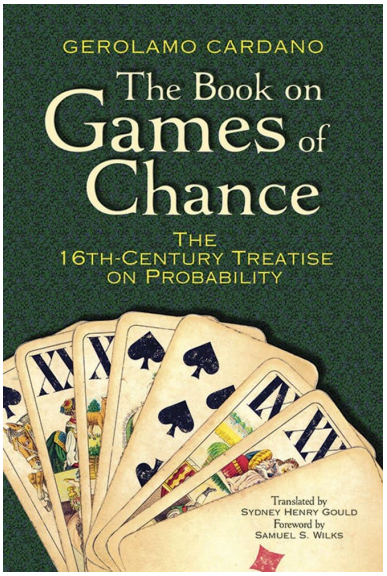
www.clubes.obmep.org.br

Um tempo depois, se casou com Fazio.

Cardano iniciou seus estudos em matemática com seu pai, que era amigo de Leonardo da Vinci (1452 - 1519) e chegou a ser consultado por este sobre diversas questões de geometria. Posteriormente, entrou para a universidade de medicina de Pavia. Com o início da guerra, esta universidade foi forçada a fechar e Cardano mudou-se para a universidade de Pádua para concluir seus estudos. Pouco tempo depois, seu pai Fazio faleceu. Em 1526, depois de ter obtido o título de doutor em Medicina pela Universidade de Pádua, Cardano começou a exercer a sua atividade de médico em Siccolongo e, mais tarde, em Pádua.

Cardano gastou a pequena herança que recebeu de seu pai e, depois disso, passou a ter dificuldades financeiras. Como solução, se envolveu com jogos de cartas, dados e xadrez. Os conhecimentos que ele tinha sobre probabilidade davam-lhe uma grande vantagem sobre seus adversários. Em 1526, escreveu o livro *Liber de Ludo Aleae* (em português Livro dos jogos de azar) resolvendo vários problemas de enumeração e retomou os problemas levantados por Luca Pacioli (1445 - 1517), um frade franciscano e célebre matemático italiano. A obra de Cardano, contudo, só foi publicada em 1663. Cardano relatou em sua autobiografia, *De Propria Vita*, que foi viciado em jogos durante muitos anos de sua vida.

Seguindo os conselhos de um amigo, Cardano mudou-se para Sacco, uma pequena aldeia a 15 km de Pádua, onde se dedicou à medicina, mas não obteve muito sucesso.



www.clubes.obmep.org.br

Em 1531, Cardano casou-se com Lucia Banderini, filha do seu vizinho Aldobello Bandarini, capitão de uma milícia local. Eles tiveram três filhos. Mas, as atividades de Cardano em Sacco não lhe proporcionaram uma renda suficiente para sustentar sua família. Assim, em abril de 1532, mudaram-se para Gallarate, perto de Milão, onde Cardano concorreu à vaga para o colégio de médicos, porém sua candidatura foi recusada. Incapaz de praticar a medicina, em 1533, ele recorre novamente aos jogos para se sustentar, mas as coisas correram tão mal que foi forçado a penhorar as joias da sua mulher e algumas das suas mobílias. Buscando mudanças, os Cardanos mudaram-se para Milão.

Já em Milão, Cardano conseguiu o antigo posto de seu pai, Fazio, na fundação de ensino médio de Piatti. E também conseguiu exercer simultaneamente a medicina, tratando de alguns pacientes e conseguindo algumas curas quase milagrosas, que lhes renderam boa reputação e admiração de seus pacientes.

Por volta de 1545, Cardano se envolveu em uma disputa com Tartaglia à respeito da divulgação da resolução de equações cúbicas[2].

Em 1560, seu filho mais velho foi executado em Pavia, acusado pela morte de sua mulher, o que o deixou muito abalado. Em 1571, estabeleceu-se em Roma, e ganhou do Papa uma renda vitalícia que o manteve até sua morte, em 21 de setembro de 1576.

Referência:

webpages.ciencias.ulisboa.pt

■

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

Ordenando as cartas de um baralho

Conforme vimos na reportagem especial desta edição, os estudos sobre Probabilidade iniciaram-se através dos jogos de azar. Jogos de azar são jogos cuja vitória ou perda do jogo dependem exclusivamente de sorte do jogador, tais jogos, principalmente o baralho, são tradicionais em nosso país. Jogos de baralho, como canastra e truco são considerados jogos de azar, porque apesar da habilidade do jogador influenciar, é a sorte das cartas que determina o resultado.

Normalmente, o baralho possui 52 cartas, que são separadas por 4 naipes, a saber, espadas(♠), paus(♣), copas(♡) e ouro(♢).

Há mais maneiras de embaralhar um baralho comum de 52 cartas do que estrelas no universo.

Sua origem é incerta, acredita-se que o baralho foi criado pelo francês Jacquemin Gringonneur, sob pedido do rei Carlos VI de França. Gringonneur representou as divisões sociais da França através dos naipes. Copas representaria o clero, ouro a burguesia, espada os militares e o paus os camponeses.

Os jogos de baralho ficaram famosos na Idade Média, os senhores feudais começaram a apostar terras e escravos, promovendo a riqueza de alguns e a pobreza de outros.

As possibilidades de disposição das 52 cartas de um baralho ao serem embaralhadas é maior que o números de estrelas do universo (cerca de 100 bilhões) e provavelmente essa sequência nunca foi vista antes e pode ser que ela não se repita novamente. Mas por quê? Na primeira posição temos 52 cartas que poderiam ocupá-la, na segunda posição temos 51 cartas, na terceira 50, e assim por diante. As-

[2]O desenrolar dessa história foi contado na Edição 11 do Boletim Lavrense de Matemática.

sim temos

$$52 \times 51 \times 50 \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1 = 52!$$

possibilidades de disposição das cartas[3].

Qual a probabilidade de alguma vez alguém repetir exatamente a mesma sequência? Essa probabilidade é bem pequena, pois 52! é bem maior do que o número hipoteticamente de vezes que as cartas de baralho já foram misturadas ao longo de seus anos de existência, o que faz a chance de uma sequência idêntica se repetir ser de menos de 1 em 1 seguido por 44 zeros. Portanto, é mais fácil ganhar sozinho na Mega Sena (1 em 50 milhões) do que embaralhar cartas na mesma sequência duas vezes.

Referências:

www.super.abril.com.br

www.brasilescola.uol.com.br

www.expresso.pt/blogues/isto-e-matematica ■

SUGESTÃO AUDIOVISUAL

Jogos, dinheiro e probabilidade

A relação entre Probabilidade e jogos de azar é o tema central do filme "Quebrando a banca" de 2008. Dirigido por Robert Luketic e com roteiro de Allan Loeb, o filme conta a história de um grupo de alunos que todo fim de semana vai para Las Vegas com o objetivo de ganhar muito dinheiro. O grupo é liderado por um professor de matemática e gênio em estatística que desenvolveu métodos para calcular as probabilidades em jogos de cartas. Contando cartas e usando um complexo sistema de sinais, eles conseguem quebrar diversos cassinos.

Fonte: www.adorocinema.com

O filme é inspirado na história real de estudantes do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (em inglês: *Massachusetts Institute of Technology - MIT*) que viraram mestres na arte de contar cartas e ganharam milhões nos cassinos de Las Vegas.

■

DESAFIOS

Desafios da Edição

Envie sua resolução dos desafios desta seção para nosso e-mail. A mais criativa será divulgada na próxima edição do Boletim.

1) Coloque os quatro ases de um baralho na mesa virados para baixo. Temos duas cartas pretas (espadas, paus) e duas vermelhas (copas, ouros).

Retire uma carta qualquer.

Qual a probabilidade de ao escolhermos uma segunda carta aleatoriamente tenhamos cores diferentes?

2) Suponha que em um baralho escolhemos três cartas aleatoriamente. Colocamos as três cartas em sequência na mesa, temos o seguinte:

- À direita do rei existe uma dama ou duas.
- À esquerda de uma dama existe uma dama ou duas.
- À esquerda de uma carta de copas existe uma de espadas ou duas.
- À direita de uma carta de espadas existe uma de espadas ou duas.

Quais são as cartas colocadas sobre a mesa?

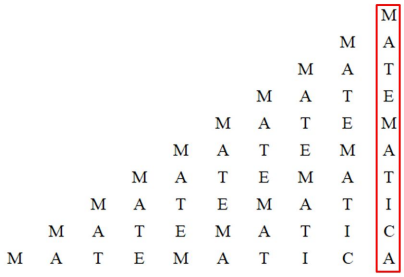
Referência :

Incríveis passatempos matemáticos, Ian Stewart, Editora ZAHAR, Rio de Janeiro, 2010.

Respostas dos desafios da edição anterior (acesse aqui a 14ª edição)

Desafio 1: Para o M da primeira linha temos apenas um caminho.

[3]Precisamente 80.658.175.170.943.878.571.660.636.856.403.766.975.289.505.440.883.277.824.000.000.000.000 possibilidades.



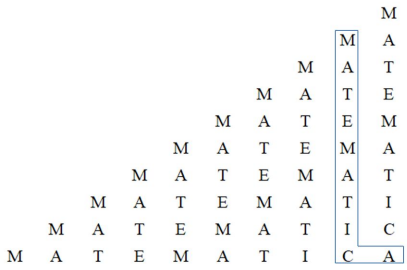
Partindo da letra M da segunda linha temos 9 modos de formar a palavra

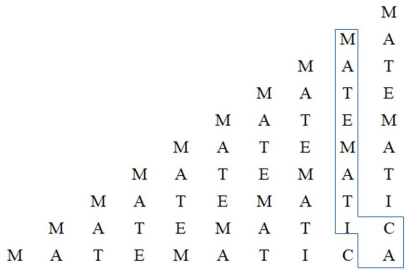
$$MATEMATICA,$$

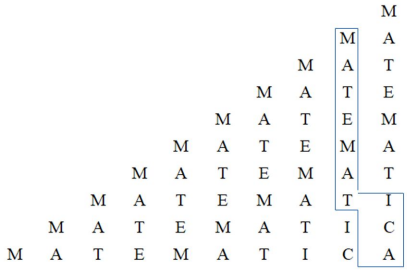
pois temos

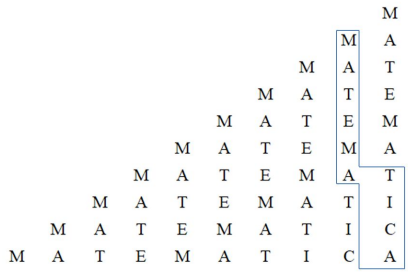
$$C_9^1 = \frac{9!}{8!} = 1$$

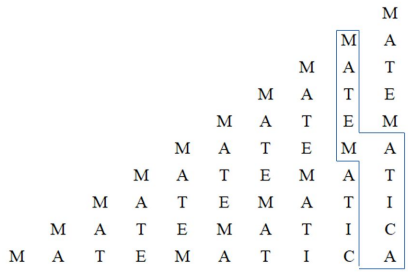
modos de escolher o passo para a direita. A figuras abaixo ilustram essas opções.

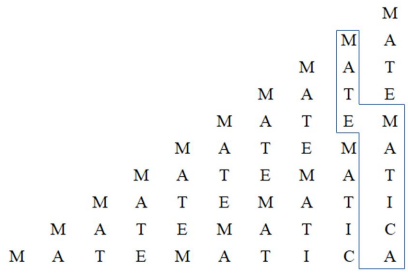


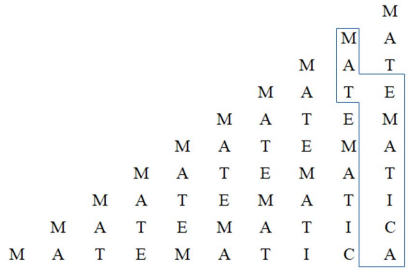


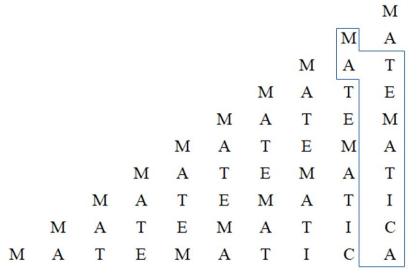


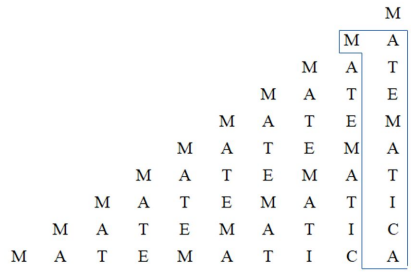












Partindo da letra M da terceira linha temos

$$C_9^2 = \frac{9!}{7!2!} = 36$$

modos de escolher o passo para a direita. Repetindo o raciocínio para as demais colunas temos que a quantidade de modos possíveis de formar a palavra

$$MATEMATICA$$

partindo de um M e indo sempre para a direita ou para baixo é

$$\sum_{n=1}^{9} C_9^n = 512.$$

<u>Desafio 2</u>: Partindo do A (última linha e última coluna) temos duas opções para escolha do C, escolhido o C temos mais duas opções para o I e dessa forma escolhido uma letra teremos sempre duas opções para a letra seguinte. Portanto temos

$$2^9 = 512$$

modos de formar a palavra

$$ACITAMETAM.$$

■

Participação

O Boletim Lavrense de Matemática quer ouvir você. Envie-nos sugestões de reportagem, sua opinião, correções e dúvidas através de nosso e-mail.