

# Boletim Lavrense de Matemática

Edição 18, 15 de outubro de 2024

## Álgebra e Geometria



Há quase quatro séculos, um jovem entusiasta da Matemática, achando cansativas as demonstrações matemáticas dos livros de sua época, promoveu um extraordinário avanço na ciência, unindo Álgebra e Geometria. Graças à sua visão e criatividade hoje podemos nos locomover com maior facilidade usando sistemas de localização, podemos explorar petróleo, registrar momentos inesquecíveis com fotografias digitais, fazer exames com imagens cada vez mais nítidas. Quase tudo o que usamos no nosso dia-a-dia tem alguma relação com essa extraordinária invenção, conhecida atualmente como Geometria Analítica. Confira nesta edição o desenvolvimento deste importante ramo da Matemática.

### CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

## Por que estudar Geometria Analítica?

Muitos alunos, ao deparar com um conceito matemático, têm dificuldade de enxergar situações práticas para o uso de tal conceito e é comum em salas de aula os alunos perguntarem onde podem aplicar o conteúdo estudado no seu dia-a-dia.

Pensando nessa direção a seção Curiosidades nos apresenta algumas aplicações de Geometria Analítica no nosso cotidiano.

### BIOGRAFIA

## René Descartes, o pai da Geometria Analítica

Vamos conhecer a história de René Descartes, um grande filósofo e matemático, conhecido como inventor da Geometria Analítica.

René Descartes foi um questionador dos preceitos da Igreja Católica e dedicou-se ao estudo da Matemática que, segundo ele, era a única ciência capaz de explicar suas inquietações sobre a vida humana.



### Contatos

Site: [www.dmm.ufla.br/matematicaemtodolugar](http://www.dmm.ufla.br/matematicaemtodolugar)  
e-mail: [boletindamatematica.dmm@ufla.br](mailto:boletindamatematica.dmm@ufla.br)

### Índice

Geometria Analítica [pág. 2](#)

René Descartes [pág. 3](#)

Curiosidades [pág. 4](#)

Sugestão de leitura [pág. 5](#)

Desafios Matemáticos [pág. 5](#)

Evento [pág. 6](#)

**EDITORES**  
DMM/UFLA  
Ana Claudia Pereira  
Graziane Sales Teodoro  
Ricardo Edem Ferreira  
Thais Presses Mendes

# Geometria Analítica

Após a destruição da Biblioteca de Alexandria e a queda do Império Romano do Ocidente, no século V, houve um período de grande declínio cultural e intelectual. Cerca de três séculos depois Carlos Magno (742 - 814) tornou-se o primeiro imperador reconhecido a governar a Europa ocidental desde a queda do Império Romano. Seu governo estimulou a retomada do interesse pelas atividades culturais e intelectuais dentro da Igreja Ocidental. As escolas eclesiásticas promovidas por Carlos Magno tornaram-se as universidades da Europa, começando com a Universidade de Bolonha, em 1088. Líderes eclesiásticos apoiaram os estudiosos na busca aos conhecimentos gregos perdidos, fossem as publicações e manuscritos originais ou em tradução árabe. O período compreendido entre os séculos V e XV, tornou-se conhecido na história da Europa como Idade Média. Este período teve início com a queda do Império Romano e produziu vários teólogos, como São Bento (480 - 547) e São Francisco de Assis (1181 - 1226), mas quase não produziu cientistas ou matemáticos.

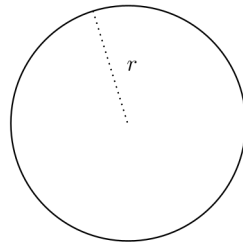
Nicole Oresme (1323 - 1382) foi um dos maiores matemáticos desse período. Oresme nasceu na Normandia, e dentre os seus trabalhos encontra-se a localização de pontos por coordenadas, antecipando assim o que hoje chamamos de Geometria Analítica.



**Nicole Oresme**  
Fonte: Wikipédia

A Geometria Analítica é o estudo da geometria por meio de um sistema de coordenadas e dos princípios da álgebra e da análise. É um campo

matemático que conecta as equações e fórmulas da álgebra com as figuras e formas da geometria. O sistema de coordenadas cartesianas é o artifício que facilita a conexão entre geometria e álgebra. Por exemplo, na figura abaixo temos uma circunferência, em sua representação geométrica



### Representação geométrica de uma circunferência

E a equação

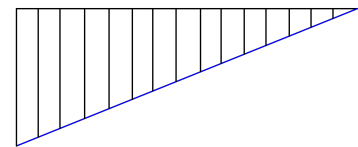
$$x^2 + y^2 = r^2$$

onde  $r$  é um número positivo, também representa uma circunferência, mas dada em sua forma algébrica, ou seja, através de uma equação. A representação do mesmo objeto plano através de uma equação só é possível porque um ponto do plano pode ser representado por um par ordenado de números reais  $(x, y)$ . Assim, os pontos da circunferência são pontos de coordenadas  $(x, y)$  que tornam a equação  $x^2 + y^2 = r^2$  verdadeira.

Alguns estudiosos creditam a Oresme a invenção da Geometria Analítica argumentando que seu trabalho foi a primeira manifestação explícita da equação da reta, e devido às várias publicações de sua obra um século mais tarde, acreditam que seu texto tenha influenciado muitos outros matemáticos, inclusive René Descartes (1596 - 1650) que é considerado pela maioria dos estudiosos o “pai” da Geometria Analítica.

O trabalho feito por Oresme para merecer ser cogitado como inventor da Geometria Analítica foi baseado nas questões discutidas pelos filósofos sobre a quantificação de formas variáveis, como por exemplo, quantificação da velocidade de um objeto em movimento, e a variação da temperatura de ponto para ponto num

objeto. Pouco antes de 1361 Oresme teve a ideia de traçar uma figura que representasse a maneira pela qual a velocidade de um objeto em movimento varia. Assim, ao longo de uma reta horizontal ele marcou pontos representando instantes de tempo (o que ele chamou de longitude), e para cada instante ele traçou perpendicularmente à reta um segmento de reta (o que chamou de latitude) cujo comprimento representava a velocidade naquele instante. Ele percebeu que as extremidades desses segmentos param ao longo de uma reta.



### Representação de Oresme

Na linguagem atual o que ele fez foi traçar um gráfico tempo  $\times$  velocidade para um corpo que se move com aceleração constante. Os termos longitude e latitude, usados por Oresme, são equivalentes ao que hoje chamamos de abscissa e ordenada.

Oresme se interessou pela área da figura obtida com sua construção, e parece não ter percebido que o que ele havia feito era a representação de uma curva plana como uma função de uma variável, que é um dos princípios fundamentais da Geometria Analítica. Por esse motivo alguns estudiosos não consideram Oresme o inventor desse ramo da Matemática.

Apesar de toda a relevância do trabalho de Oresme, o uso de coordenadas não era o principal, porque não era algo totalmente novo. Alguns matemáticos mais antigos já haviam usado coordenadas, mas a representação gráfica de uma quantidade variável, isso sim, era novidade.

A ideia de coordenadas foi usada no mundo antigo pelos egípcios e romanos na agrimensura e pelos gregos na confecção de mapas. Nos tratados do matemático grego Apolônio de Perga (262 a.e.c. - 194 a.e.c.) *Sobre secção determinada* e *As cônicas* pode-se encontrar ideias do que hoje conhecemos como Geometria

Analítica. No século II o cientista grego Claudio Ptolomeu (90 - 168) já tinha usado coordenadas em mapas, por meio de projeções, no entanto, a abordagem de Ptolomeu era apenas geográfica.

O avanço real na ideia de coordenadas veio com Descartes, que foi um grande filósofo, físico e matemático francês. Tal avanço não veio com a ideia de coordenadas, mas no uso que Descartes fez delas. Estudando as curvas gregas clássicas ele descobriu padrões surpreendentes, e assim uma definição algébrica para as mesmas.

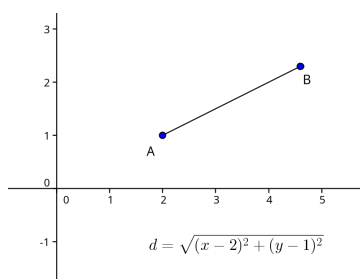


**René Descartes**  
Fonte: Wikipédia

A ideia de Descartes de associar álgebra e geometria, descrevendo todas as curvas da matemática grega através de equações, era tornar a matemática mais simples e concisa, uma

vez que ele considerava as abordagens gregas extremamente cansativas.

O fato de classes de curvas poderem ser definidas por equações tem consequências de grande alcance na ciência, visto que muitas leis e fenômenos podem ser inferidos graficamente. Como exemplo, considerar a distância entre pontos está profundamente ligado à geometria euclidiana, mas considerar a distância como uma função das coordenadas de pontos é um conceito válido de modo geral, nas mais diversas áreas da ciência.



#### Distância entre os pontos

$$A = (2, 1) \text{ e } B = (x, y)$$

Apesar da grande criatividade e sagacidade ao conectar álgebra e geometria, Descartes adiou a publicação de seus estudos por 19 anos, por medo da perseguição da Igreja. Naquela época, era comum obras e autores serem criticados e encaminhados para a fogueira.

Em 1637 ele publicou sua primeira obra, hoje conhecida como *O Discurso sobre o Método*. Apesar de todo

o cuidado tomado para que o livro não fosse ofensivo segundo a visão da Igreja, Descartes foi duramente atacado pela mesma. Apesar disso, dentro de poucos anos, os resultados de geometria apresentados no livro já faziam parte do currículo de quase todas as universidades.

A fim de evitar injustiças, é importante ressaltar aqui que também Pierre de Fermat (1601 - 1665) fez contribuições conectando geometria e álgebra, mas pelo hábito de não publicar seus resultados, muito ficou perdido.

A maioria dos historiadores considera as contribuições de Fermat e Descartes como a origem essencial da Geometria Analítica, a qual é atualmente disciplina básica em qualquer curso da área de exatas.

#### Referências:

*A janela de Euclides. A história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço*, Leonard Mlodinow. Tradução de Enézio de Almeida. Geração Editorial. 5ª edição, 2010.

*O caderno secreto de Descartes*, Amir D. Aczel. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Editora Zahar. 2007.

*Introdução à história da Matemática.*, Howard Eves. Tradução de Higyno H. Domingues. Editora Unicamp. 2008.



## BIOGRAFIA

# René Descartes

René Descartes foi um filósofo, físico e matemático francês, nascido em Haye, antiga província de Touraine, na França, no dia 31 de março de 1596. Autor da frase: “*Penso, logo existo*”, é considerado o criador da Geometria Analítica e da Filosofia Moderna.

Seu pai, Joachim Descartes, era advogado e proprietário de terras. Possuía o título de escudeiro, primeiro grau de nobreza, e era conselheiro do Parlamento da Bretanha. Sua mãe, Jeanne Brochard, faleceu um ano após o seu nascimento.

Com oito anos de idade, Descartes entrou para o colégio jesuíta, *Royal*

*Henry - Le Grand*, localizado no castelo de La Flèche, o qual foi doado aos jesuítas pelo rei Henrique IV (1553 - 1610). O *Royal Henry* era o colégio com maior prestígio da França, no entanto, Descartes não conquistou a admiração dos jesuítas, que o consideravam um “filósofo deficiente”.

Em 1616, Descartes formou-se em Direito pela Universidade de Poitiers, mas nunca exerceu a profissão. Ele decepcionou-se com o ensino, baseado na filosofia escolástica, inspirada nos ideais dos filósofos gregos Platão (428 a.e.c. - 347 a.e.c.) e sobretudo, seu discípulo, Aristóteles (384 a.e.c. - 322 a.e.c.), além de

ter uma fundamentação cristã baseada nas revelações contidas na Bíblia Sagrada. Assim, Descartes concluiu que somente a Matemática poderia explicar e demonstrar seus pensamentos.

Em 1618, Descartes ingressou no exército, nos Países Baixos e, estudou com o cientista holandês Isaac Beeckman (1588 - 1637), que lhe apresentou algumas descobertas matemáticas da época.

Em 1619, ele propôs uma ciência unitária e universal, lançando as bases do método científico moderno, rompendo com a filosofia de Platão e Aristóteles, adotada nas academias.

Em Matemática, ele relacionou a álgebra com a geometria, o que deu origem à Geometria Analítica e ao sistema de coordenadas, conhecido como Plano Cartesiano, cujo nome é em sua homenagem.

Em 1621, Descartes participou da Guerra dos Trinta Anos, lutando na Batalha do Monte Branco. Regressou depois para Paris, onde levou uma vida de reflexão e trabalho.

René Descartes morreu em 11 de fevereiro de 1650, em Estocolmo, depois de 10 dias enfermo, enquanto trabalhava como professor, a convite da rainha Cristina da Suécia (1626 - 1689). Como era católico e vivia em um país protestante, ele foi enterrado em um cemitério de crianças não batizadas em Estocolmo.



**Estátua construída no século XIX em homenagem a Descartes**  
Fonte: Wikipédia

Em 1667, os restos mortais de Descartes foram repatriados para a França e enterrados na Abadia de Sainte-Geneviève de Paris. Um memorial construído no século XVIII permanece na igreja sueca. Nesse mesmo ano, a Igreja Católica colocou seus livros na lista de proibidos.

Embora a Convenção realizada na Revolução Francesa, em 1792, tenha projetado a transferência do seu túmulo para o Panthéon, ao lado de outras grandes figuras da França, desde 1819, seu túmulo está na Igreja de Saint-Germain-des-Prés, em Paris.

Referências:

[www.todamateria.com.br](http://www.todamateria.com.br)

[www.ebiografia.com](http://www.ebiografia.com)

## CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

# Geometria Analítica e os sistemas de localização

O estudo da Geometria Analítica costuma mostrar-se abstrato e algébrico, devido a isso, muitos estudantes tem dificuldades de enxergar aplicações desse estudo em seu cotidiano. No entanto, tal conceito matemático se estende para diversos aspectos práticos de nossa vida cotidiana, sem nos darmos conta disso. Nessa seção veremos alguns exemplos de onde utilizamos a Geometria Analítica no nosso dia-a-dia e descobriremos que ela está mais próxima de nós do que imaginamos.

A Geometria Analítica é uma ferramenta poderosa para determinar coordenadas geográficas, sendo importante em diversas áreas, como navegação, cartografia e geolocalização: Os navegadores a utilizam para determinar a posição de navios por meio de cálculos que utilizam a latitude e a longitude dos pontos de partida e de chegada, bem como a distância entre esses pontos. Já os cartógrafos utilizam a Geometria Analítica para criar mapas por meio de projeções cartográficas, que são representações da superfície da Terra em um plano. Os sistemas de geolocalização, como o GPS, utilizam a Geometria Analítica para determinar a posição de objetos em movimento.

A Geometria Analítica também é muito utilizada em computação gráfica e é devido a ela que se pode criar e editar imagens. Além do mais, a noção de vetores, pontos e coordenadas abordados em Geometria Analítica é muito importante para a construção civil.

Vimos que o GPS utiliza os conceitos de Geometria Analítica para o seu funcionamento. Vamos agora conhecer um pouco sobre esse importante sistema de navegação que nos permite localizar pontos na superfície terrestre e que se tornou tão comum em nosso dia-a-dia. GPS é a sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global, ele utiliza uma rede de 24 satélites artificiais para captar dados e fornecer informações a respeito da posição de qualquer ponto na superfície terrestre por meio da latitude e da longitude.

Para o fornecimento dos dados é necessário o trabalho de quatro desses satélites em conjunto com as estações de controle e os receptores. São os receptores que interpretam as informações e realizam a conversão em coordenadas geográficas precisas.



**Representação da Constelação de Satélites GPS**  
Fonte: Wikipédia

Quando lançado pelo Estados Unidos, no início da década de 1970, em um contexto de Guerra Fria entre os Estados Unidos e a extinta União Soviética, o GPS tinha uso exclusivamente militar, e apenas a partir dos anos 2000 que seu uso foi liberado ao público. Além do GPS existem outros três sistemas de posicionamento, como o Galileo (europeu, teve início em 2013), o Compass (chinês, lançado globalmente em 2020) e o Glonass (lançado pela antiga União Soviética em 1982, com funcionamento aberto à população global em 2011).

O GPS se tornou uma ferramenta muito importante para a nossa vida cotidiana, para o trabalho em diferentes setores econômicos e profissio-

nais. Hoje em dia todos os smartphones são equipados com aplicativos que captam as informações desse sistema e nos permitem traçar rotas, calcular o tempo de deslocamento e identificar a

localização de um endereço.

Referências:

[www.brasilecola.uol.com.br](http://www.brasilecola.uol.com.br)

[www.rbeducacaobasica.com.br](http://www.rbeducacaobasica.com.br)

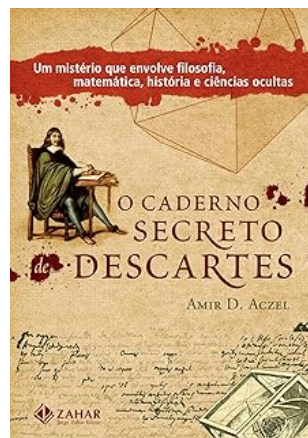
[www.jovenscientistasbrasil.com.br](http://www.jovenscientistasbrasil.com.br)

## SUGESTÃO DE LEITURA

# Mistério, matemática, religião, o que escondiam aquelas notas?

O Caderno Secreto de Descartes: Um Mistério Envolto em Filosofia e Matemática, escrito por Amir D. Aczel, é uma obra fascinante que nos apresenta em uma narrativa envolvente a vida e a obra de um dos maiores filósofos e matemáticos da história.

A investigação sobre o caderno secreto de Descartes escrito em códigos discute entre outras coisas a possibilidade de que ele tenha participado de sociedades secretas e seu interesse por ciências ocultas, explorando a relação entre o pensamento científico e as crenças ocultas.



Fonte: Amazon

O texto também mostra as disputas entre a religião e a política da época que podem ter influenciado Descartes a manter suas ideias em segredo.

O Caderno Secreto de Descartes é uma obra que agrada aos leitores amantes da Filosofia e História e aos leitores que gostam de uma narrativa cheia de mistérios.

Certamente a obra traz uma visão fascinante sobre a vida e a obra de um dos maiores pensadores da história.

## DESAFIOS

# Desafios da Edição

Envie sua resolução dos desafios desta seção para nosso e-mail. A mais criativa será divulgada na próxima edição do Boletim.

1) A medição da distância de um celular até uma torre de transmissão do sistema de telefonia é calculada automaticamente pelo sistema quando o celular acessa a rede. Quantas torres de transmissão são necessárias para que a rede saiba a localização exata de uma pessoa que está com o celular acessando a rede? Considere que o sistema não conhece a direção do acesso,

apenas a distância do celular à torre.

2) Coloque os soldados nas filas. Você tem 10 soldados. Forme 5 filas com 4 soldados em cada uma.

Referência:

[www.somatematica.com.br](http://www.somatematica.com.br)

**Respostas dos desafios da edição anterior (acesse aqui a 17ª edição)**

Desafio 1: Montando as proporções onde  $h$  é a altura do prédio, temos que

$$\frac{15}{10} = \frac{h}{30}$$

Assim temos que  $h = 45$  metros.

Desafio 2: Montando as proporções e chamando o lado desconhecido de  $b$  temos que

$$\frac{25}{15} = \frac{35}{b}$$

Assim, podemos encontrar  $b = 21$  metros.

---

## Evento

---

### VIII Semana da Matemática

De 04 a 08 de novembro de 2024 o Departamento de Matemática e Matemática Aplicada (DMM) e o Departamento de Educação em Ciências Físicas e Matemática (DFM) da Universidade Federal de Lavras promoverão mais uma edição do SEMAT (Semana de Matemática da UFLA).

O evento contará com palestras, minicursos, gincanas e roda de conversa, e é uma boa oportunidade para discutir matemática além da sala de aula e estabelecer parcerias.



O evento é aberto a toda a comunidade e mais informações podem ser obtidas no site [www.sites.google.com/view/viiiisemat](http://www.sites.google.com/view/viiiisemat).

Siga também o instagram do evento @semat.ufla.

---

## Participação

O Boletim Lavrense de Matemática quer ouvir você. Envie-nos sugestões de reportagem, sua opinião, correções e dúvidas através de nosso e-mail.

---