

OLIMPIÁDA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2016

Nível I - 2ª fase

Nome completo:	
Endereço:	
Escola:	Série:
Telefone:	Celular:
E-mail:	

Instruções:

- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas.
- O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos.
- A prova tem 4 questões discursivas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens (escreva o raciocínio mesmo que a solução esteja incompleta).

1. Em um jogo da velha, no tabuleiro 3×3 , vence quem marca 3 símbolos iguais em sequência na linha, na coluna ou na diagonal. A figura mostra algumas possibilidades de vencer o jogo:

x	x	x

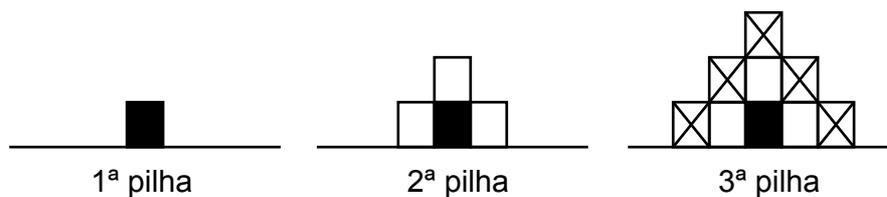
		x
		x
		x

		x
	x	
x		

- (a) Quantas são as maneiras possíveis para um jogador vencer o jogo da velha?

- (b) Se o tabuleiro for 5×5 , como na figura, quantas são as maneiras possíveis de um jogador vencer com 3 símbolos em sequência?

2. Emanuelle é dona de um supermercado e quer fazer pilhas de latas na entrada para chamar a atenção de seus clientes. Ela quer utilizar três tipos de produtos diferentes: milho (■), ervilha (□) e feijão (⊗). As três primeiras pilhas estão dispostas como na figura:



Ela começará com uma lata de milho (1ª pilha). Em seguida, ela acrescentará latas de ervilha ao lado da lata de milho e no topo (2ª pilha). Já na 3ª pilha ela colocará latas de feijão ao lado das latas de ervilha e no topo. Emanuelle sempre manterá essa ordem para montar as pilhas.

- (a) Qual dos três produtos estará no topo da 6ª pilha?

- (b) Qual dos três produtos estará no topo da 155ª pilha?

- (c) Quantas latas tem ao todo na 2016ª pilha?

3. Andréia criou uma operação matemática, designada pelo símbolo $*$, entre dois números reais x e y que é dada por:

$$x * y = \frac{4xy - 1}{3} .$$

Informações: Um número inteiro $p > 1$ é primo se ele possui só dois divisores: 1 e p .

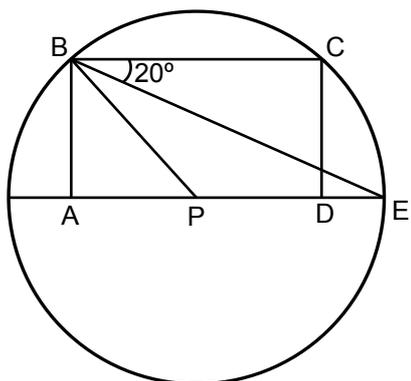
Dados dois números a e b tem-se $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

(a) Calcule o valor de $14 * 11$.

(b) Encontre o(s) valor(es) de x que satisfaz(em) a expressão $x * 3 = 9$.

(c) Andréia chamou de número *lavrense* todo número real x tal que $x * x$ resulta em um número primo. Encontre todos os números *lavrenses*. (ANULADA)

4. A figura mostra uma circunferência com centro no ponto P e um retângulo ABCD. Os pontos B, C e E estão sobre a circunferência, o ângulo EBC mede 20° e os pontos P, D e E estão sobre a mesma reta.



(a) Qual a medida do ângulo BPA?

(b) Sabendo que o raio da circunferência mede 8 cm e o segmento DC mede 5 cm, calcule a área do triângulo BEP.