

# II OLIMPIÁDA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2017

Nível I - 2ª fase

Nome completo:	
CPF (caso tenha):	Data de nascimento:
Endereço:	
Escola:	Série:
Telefone:	Celular:
E-mail:	

## Instruções:

- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas.
- O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos.
- A prova tem 4 questões discursivas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens (escreva o raciocínio mesmo que a solução esteja incompleta).

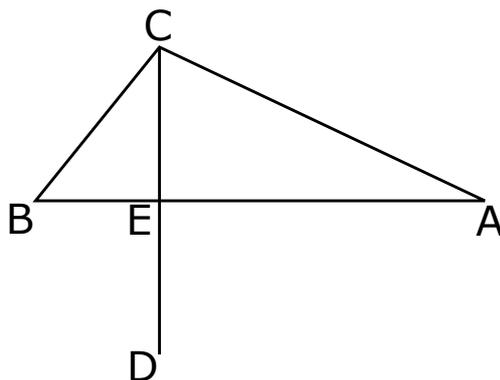
1. Andréia foi ao banco sacar dinheiro. Ela queria sacar R\$ 100,00, mas o caixa só tinha notas de R\$ 2,00, R\$ 5,00 e R\$ 10,00. Há várias maneiras de sacar o dinheiro. Por exemplo:
- 50 notas de R\$ 2,00 é uma maneira;
  - 10 notas de R\$ 2,00, 6 notas de R\$ 5,00 e 5 notas de R\$ 10,00 é outra maneira.

De quantas maneiras diferentes Andréia pode sacar o dinheiro?

2. (a) Qual o último dígito do número  $2^8$ ?

(b) Qual o último dígito do número  $2^{2017}$ ?

3. Na figura temos um triângulo ABC de modo que o tamanho do lado AC é igual a 5. O ponto D é tal que o segmento CD é perpendicular ao lado AB e o tamanho de CD é igual ao tamanho de AB. Os ângulos  $\hat{A}BC$  e  $\hat{D}CA$  têm a mesma medida.



(a) Mostre que os triângulos BCE e CAE são semelhantes.

(b) Mostre que os triângulos BAC e CAE são semelhantes.

(c) Calcule a área do triângulo ACD.

4. Sejam  $a, b$ , e  $c$  inteiros positivos.

(a) A razão  $\frac{c}{bc+1}$  é maior, menor ou igual a 1? Justifique.

(b) Os números  $a, b$ , e  $c$  satisfazem a relação

$$\frac{2017}{19} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}.$$

Determine o valor de  $a, b$  e  $c$ .