

II OLIMPIÁDA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2017

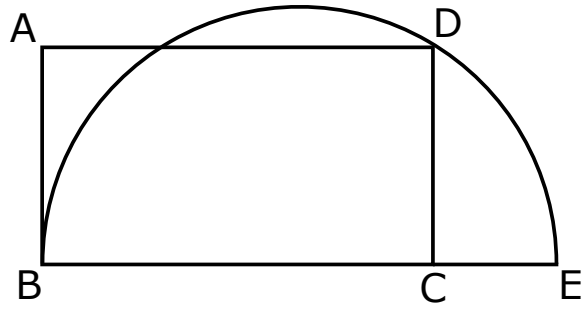
Nível II - 2ª fase

Nome completo:	
CPF (caso tenha):	Data de nascimento:
Endereço:	
Escola:	Série:
Telefone:	Celular:
E-mail:	

Instruções:

- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas.
- O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos.
- A prova tem 4 questões discursivas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens (escreva o raciocínio mesmo que a solução esteja incompleta).

1. O retângulo $ABCD$ tem lados de comprimentos $AB = 10$ e $BC = 15$. Os pontos B e D pertencem ao semicírculo de diâmetro BE , como na figura.



Calcule o raio do semicírculo.

2. Uma partição de um conjunto X consiste em separar todos os elementos de X em subconjuntos que não possuem elementos em comum. Por exemplo, o conjunto $Y = \{2, 3, 6, 7, 10\}$ pode ser particionado nos conjuntos $A = \{2, 10\}$ e $B = \{3, 6, 7\}$. Outra partição possível de Y é nos conjuntos $C = \{3\}$ e $D = \{2, 6, 7, 10\}$.

(a) Considere o conjunto $W = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$. Particione W em dois subconjuntos A e B de modo que a soma dos elementos de A seja igual à soma dos elementos de B .

(b) Considere o conjunto $X = \{2017, 2018, 2019, \dots, 2017 + k\}$. Determine um valor de k ímpar, de tal forma que é possível particionar o conjunto X em dois conjuntos A e B , tal que a soma dos elementos de A é igual à soma dos elementos de B .

3. O número N é igual ao produto de três números inteiros e também é igual a 6 vezes a soma desses inteiros. Um desses inteiros é igual à soma dos demais. Encontre todos os valores possíveis desses inteiros.

4. Sejam a, b , e c inteiros positivos tais que

$$\frac{2017}{19} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}.$$

Determine o valor de a, b e c .