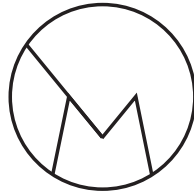


# III OLIMPÍADA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2018

Nível I - 2ª fase



Nome completo:	
CPF (caso tenha):	Data de nascimento:
Endereço:	
Escola:	Série:
Telefone:	Celular:
E-mail:	

## Instruções:

- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas.
- O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos.
- A prova tem 4 questões discursivas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens (escreva o raciocínio mesmo que a solução esteja incompleta).

1. Seja  $n$  um número inteiro positivo. O símbolo  $!$  chama-se fatorial e  $n!$  (lê-se  $n$  fatorial) significa o produto de todos os inteiros positivos de 1 a  $n$ .

(a) Calcule  $4!$ .

(b) Qual número é maior:  $n!$  ou  $n^n$  ?

2. Carol criou uma nova operação matemática que chamou de estrela e designou o símbolo  $\star$  para esta operação. Quando atua em números pares, essa operação funciona assim:

$$\star 2 = 0,082$$

$$\star 4 = 0,032$$

$$\star 6 = 0,024$$

$$\star 8 = 0,082$$

$$\star 10 = 0,032$$

$$\star 12 = 0,024$$

e assim por diante. Determine:

(a)  $\star 24$

(b)  $\star 2018$

3. Os lados do triângulo equilátero  $ABC$  medem 3 centímetros. Os pontos  $P$ ,  $M$  e  $N$  são pontos médios dos lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ , respectivamente. Sabendo que a área de um triângulo equilátero de lado  $L$  é igual a  $L^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$ , calcule a área do triângulo  $PMN$ .

4. Um número inteiro positivo  $N > 1$  é chamado  $K$ -suave se todos os seus fatores primos são menores ou iguais a  $K$ . Por exemplo, 12 é 4-suave, pois seus fatores primos (2 e 3) são menores que 4.

(a) Determine os números 3-suaves menores ou iguais a 20.

(b) Quantos números 5-suaves menores que 2018 existem?