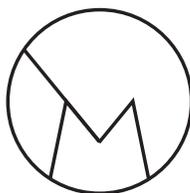


# III OLIMPÍADA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2018

Nível II - 2ª fase



Nome completo:	
CPF (caso tenha):	Data de nascimento:
Endereço:	
Escola:	Série:
Telefone:	Celular:
E-mail:	

## Instruções:

- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas.
- O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos.
- A prova tem 4 questões discursivas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens (escreva o raciocínio mesmo que a solução esteja incompleta).

1. A operação  $S(n)$  resulta na soma dos algarismos do número inteiro  $n$ . Por exemplo,  $S(403) = 4 + 0 + 3 = 7$ .

(a) Calcule  $S(4.182)$ .

(b) Calcule  $-S(2) + S(3) - S(4) + S(5) - S(6) + S(7) - S(8) + S(9)$ .

(c) Qual o valor da expressão

$$S(1) - S(2) + S(3) - S(4) + \cdots - S(2016) + S(2017) - S(2018) ?$$

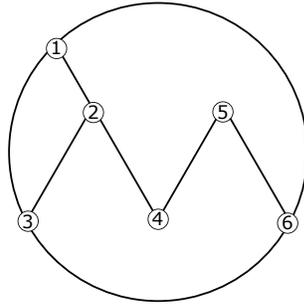
2. Um artista pretende cortar uma folha bem grande de papel em pequenos pedaços para montar um mosaico. Inicialmente a folha foi partida em 12 pedaços. Na segunda etapa, 1 desses pedaços foi dividido novamente em 12 pedaços. O processo foi sendo repetido, sendo que, em cada etapa, um dos novos pedaços era partido em 12. Nenhum pedaço de papel foi descartado pelo artista.

(a) Depois de 5 etapas, qual o total de pedaços de papel obtido?

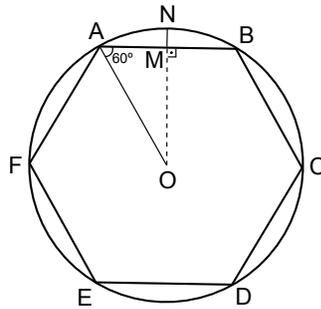
(b) Depois de  $n$  etapas, qual o total de pedaços de papel obtido?

(c) É possível que, ao final de alguma etapa, o artista tenha exatamente 2018 pedaços? Justifique.

3. A figura mostra o símbolo da OLM e casas numeradas de 1 a 6. Todas elas são conectadas por caminhos que são segmentos de reta ou arcos de uma mesma circunferência. As casas 2, 3 e 4 são vértices de um triângulo equilátero, assim como as casas 2, 4 e 5 e também as casas 4, 5 e 6. Antonio deverá sair da posição 1 e ir até a posição 6 andando sobre o símbolo da OLM e percorrendo a menor distância possível. Para isso, ele pode construir um novo caminho que ligue duas casas sem interceptar outro caminho. Quais casas Antonio deve ligar e qual a sequência das casas para que se tenha o percurso de menor distância?



4. A figura apresenta o hexágono regular  $ABCDEF$ , de lado 6 cm, inscrito em uma circunferência. Esta circunferência possui centro  $O$  e raio igual a 6 cm. O ponto  $M$  é ponto médio do segmento de reta  $\overline{AB}$  e os pontos  $O$ ,  $M$  e  $N$  estão alinhados. O ângulo  $\widehat{OAM}$  é igual a  $60^\circ$ .



(a) Qual a medida do segmento de reta  $\overline{MN}$ ?

(b) Qual o valor da área do triângulo  $AOB$ ?