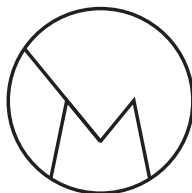


IV OLIMPÍADA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2019

Nível II - 2ª fase

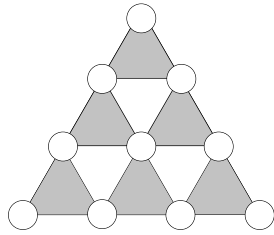


Nome completo:	
CPF (caso tenha):	Data de nascimento:
Endereço:	
Escola:	Série:
Telefone:	Celular:
E-mail:	

Instruções:

- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas.
- O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos.
- A prova tem 4 questões discursivas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens (escreva o raciocínio mesmo que a solução esteja incompleta).

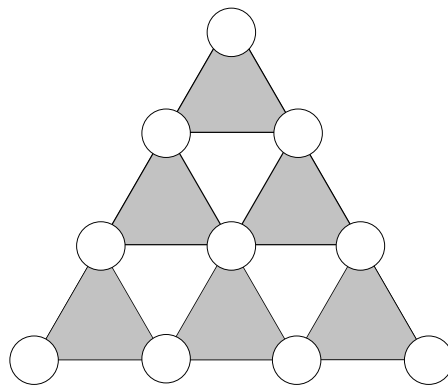
1. Os círculos da figura devem ser preenchidos com os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, de forma que a soma dos números colocados nos vértices de cada triângulo cinza sejam iguais.



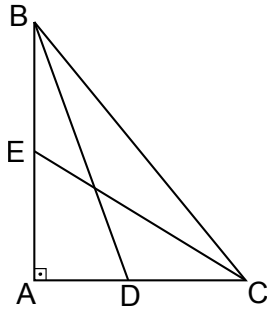
(a) Qual deve ser o valor da soma dos vértices de um triângulo cinza?

(b) Qual número deve ser escrito no círculo central?

(c) Preencha os círculos da figura com os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, de forma que a soma dos números colocados nos vértices de cada triângulo cinza sejam iguais.



2. A figura mostra o triângulo retângulo ABC. O ângulo BAC mede 90° e D e E são pontos médios de \overline{AC} e \overline{AB} , respectivamente. Sabe-se que $\overline{BD} = 20$ e $\overline{CE} = 12$.



- (a) Calcule a área do triângulo ABC.
- (b) Calcule o comprimento do segmento \overline{CE} .
- (c) Qual o valor da área do triângulo BEC?

3. Uma progressão aritmética é uma sequência de números tal que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do anterior com uma constante, chamada *razão*. Por exemplo, a sequência $3, 7, 11, 15, 19 \dots$ é uma progressão aritmética, pois cada termo é igual ao anterior mais 4 (nesse caso, a razão da progressão aritmética é igual a 4).

(a) Considere a progressão aritmética que tem o primeiro termo igual a 2 e razão 3. Qual o 8º termo dessa sequência?

(b) Qual o valor da soma dos 8 primeiros termos da progressão aritmética do item anterior?

(c) Quantas progressões aritméticas de 10 inteiros positivos (e de razão diferente de 0) existem tal que a soma dos elementos é menor ou igual a 250?

4. Os lados AB e CD do trapézio $ABCD$ são paralelos. O ponto de interseção das diagonais AC e BD é X e os pontos M e N sobre AD e BC , respectivamente, são de tal forma que MN contém X e é paralelo a AB . O segmento \overline{DC} mede 12 e \overline{MN} mede 10.

(a) Faça um desenho da figura descrita no enunciado.

(b) Os triângulos ABX e CDX são semelhantes? Justifique.

(c) Qual é o comprimento de \overline{AB} ?