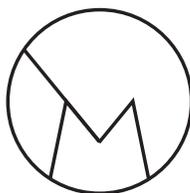


IV OLIMPÍADA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2019

Nível III - 2ª fase

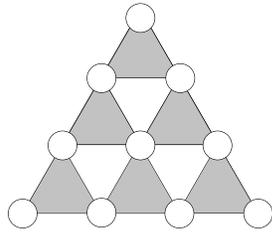


Nome completo:	
CPF (caso tenha):	Data de nascimento:
Endereço:	
Escola:	Série:
Telefone:	Celular:
E-mail:	

Instruções:

- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas.
- O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos.
- A prova tem 4 questões discursivas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens (escreva o raciocínio mesmo que a solução esteja incompleta).

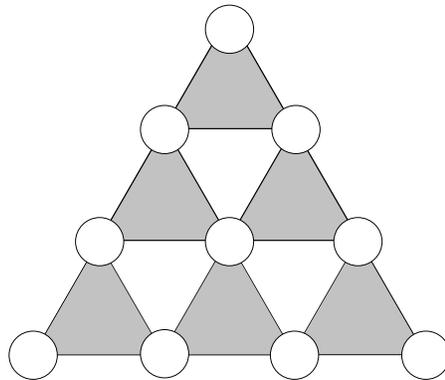
1. Os círculos da figura devem ser preenchidos com os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, de forma que a soma dos números colocados nos vértices de cada triângulo cinza sejam iguais.



(a) Qual deve ser o valor da soma dos vértices de um triângulo cinza?

(b) Qual número deve ser escrito no círculo central?

(c) Preencha os círculos da figura com os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, de forma que a soma dos números colocados nos vértices de cada triângulo cinza sejam iguais.



2. O símbolo $\lceil a \rceil$ denota o menor número inteiro maior ou igual ao número real a . Por exemplo, $\lceil 5,7 \rceil = 6$, $\lceil -1,67 \rceil = -1$ e $\lceil 8 \rceil = 8$.

(a) Calcule $\lceil 3,1415 \rceil$ e $\lceil -4,3333\dots \rceil$.

(b) Calcule $\lceil \sqrt{5} \rceil$.

(c) Quais números inteiros $x \in \mathbb{Z}$ satisfazem a equação

$$\left\lceil \frac{2x^2}{x^2 + 4} \right\rceil = x - 1 \quad ?$$

3. A fórmula de Heron permite calcular a área A de um triângulo conhecendo seus lados. Se os lados do triângulo são a, b e c , a fórmula de Heron diz que a área do triângulo é $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ sendo $s = \frac{a+b+c}{2}$.

(a) Calcule a área do triângulo que possui lados iguais a 8, 5 e 6.

(b) Calcule as alturas relativas a cada um dos lados do triângulo do item anterior.

(c) Encontre os lados de um triângulo que tem alturas com comprimentos iguais a 20, 28 e 35.

4. A passagem de ônibus urbano custa R\$ 3,20. Pedro tem em seu bolso 4 moedas de R\$ 1,00, 5 moedas de R\$ 0,50, 3 moedas de R\$ 0,25 e 2 moedas de R\$ 0,05. Ele então pega 5 moedas aleatórias de seu bolso.

(a) De quantas maneiras distintas Pedro pode pegar essas 5 moedas aleatórias de seu bolso?

(b) Dentre as 5 moedas, qual o número mínimo de moedas de R\$ 1,00 ele deveria pegar para ter dinheiro suficiente para pagar o transporte?

(c) Qual é a probabilidade de, ao pegar 5 moedas aleatórias de seu bolso, ele tenha pegado dinheiro suficiente para pagar o transporte?