VI OLIMPÍADA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2023

Nível II - 2ª fase

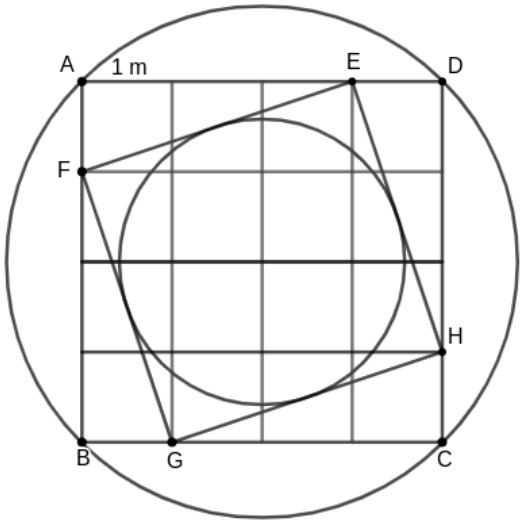


Nome completo:	
CPF (caso tenha):	Data de nascimento:
Endereço:	
Escola:	Série:
Telefone:	Celular:
E-mail:	

Instruções:

- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas.
- O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos.
- A prova tem 4 questões discursivas. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens (escreva o raciocínio mesmo que a solução esteja incompleta).

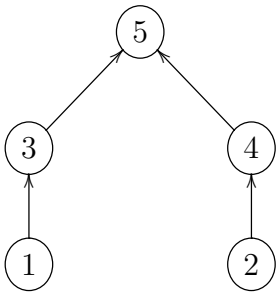
1. Na figura abaixo, o quadrado **ABCD** foi dividido em 16 quadradinhos iguais. Depois foi construído o quadrado **EFGH** e então o círculo que circunscreve o quadrado **ABCD** e o círculo inscrito no quadrado **EFGH**. Sabendo que o lado de cada quadradinho vale 1 metro, responda:



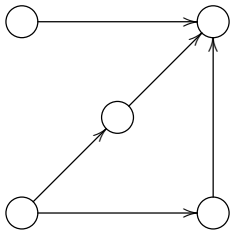
(a) Qual a área do círculo que circunscreve o quadrado **ABCD**?

(b) Qual a área do círculo inscrito no quadrado **EFGH**?

2. Os círculos da figura abaixo foram preenchidos com os números 1, 2, 3, 4 e 5 de modo que todas as setas apontem na direção de um número menor para um número maior. Neste caso, diremos que a figura está **direcionada**.

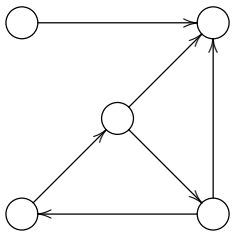


(a) Preencha os círculos com os números 1, 2, 3, 4 e 5 da figura abaixo de modo que ela fique direcionada.



(b) De quantas formas os círculos da figura acima podem ser preenchidos com os números 1, 2, 3, 4 e 5 de modo que a figura fique direcionada?

(c) É possível preencher os círculos da figura abaixo com os números 1, 2, 3, 4 e 5 de forma fique direcionada?



3. João e Maria estão prestes a se mudar para uma nova casa juntos, pois vão se casar. Atualmente, eles vivem separadamente, e João paga um aluguel mensal de 810 reais, enquanto Maria paga 540 reais pelo seu aluguel. A nova casa em que vão morar tem um aluguel mensal de 700 reais.

   (a) Eles desejam dividir o aluguel de forma que cada um contribua de acordo com a proporção de seus aluguéis originais. Qual será o valor que João e Maria devem pagar mensalmente nessa nova casa?

   (b) Considerando que João ganha 200% a mais que Maria, qual o valor que ambos deveriam pagar seguindo a proporção de seus salários?

4. O Jogo da Senha é uma atividade na qual o computador gera uma senha de 4 dígitos, selecionados aleatoriamente de uma lista que varia de 1 a 8. O desafio para o jogador é adivinhar a senha correta, não apenas os dígitos corretos, mas também a ordem exata em que eles aparecem. Quando você tenta adivinhar a senha, o computador fornece feedback na forma de símbolos: "○"para cada dígito que está correto, mas na posição errada, e "●"para cada dígito que está correto e na posição correta. Por exemplo, se a senha fosse "1234"e você tentasse "1345", o computador retornaria "●○", indicando que você acertou um dígito na posição correta (1) e um dígito correto (3).

   (a) Quantas combinações únicas de senhas o computador pode criar, considerando que não há repetição de dígitos?

   (b) Qual a senha para o jogo abaixo:

1367	
1354	○○
1328	●●
1275	○○
5678	●○