VIII OLIMPÍADA LAVRENSE DE MATEMÁTICA 2025

Nível III - 1ª fase

Nome:
Série:
Colégio:

Instruções:

- A duração da prova é de 2h30min.
- A prova tem 15 questões de múltipla escolha.
- Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico como, por exemplo, celular, calculadora etc.
- Use o gabarito abaixo para marcar a resposta de cada questão.
- Ao preencher as informações acima, use letra legível.
- Para garantir o sigilo da prova seu(sua) professor(a) recolherá os enunciados.
- A interpretação dos enunciados faz parte das questões, portanto seu(sua) professor(a) não poderá responder perguntas durante a prova.
- Convidamos você, ao término da prova, a recortar a aba no rodapé desta página e, em casa, acessar o QR Code para preencher, de forma voluntária e anônima, nosso questionário.

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a
b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b
c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d

Realização

DMM Departamento de Matemática e Matemática Aplicada | ICET Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas | UFLA Universidade Federal de Lavras | Associação Olimpíada Brasileira de Matemática

Apoio

stone

Ajude a melhorar a OLM! Recorte esta aba, leve para casa, acesse o QR code e responda ao nosso questionário.

Nos siga no Instagram! @olm_ufla

1. João resolveu investir em um negócio vendendo bolos caseiros. Ele oferece dois sabores: chocolate e cenoura. Os custos de produção são R$ 8,00 para cada bolo de chocolate e R$ 9,00 para cada bolo de cenoura. Ele vende os bolos por R$ 20,00 (chocolate) e R$ 25,00 (cenoura).

   Se em um dia de vendas ele comercializar 10 bolos de chocolate e 15 bolos de cenoura, qual será seu lucro total?

   a) R$ 280,00 b) R$ 340,00 c) R$ 360,00 d) R$ 400,00

2. Após perceber que a demanda pelos bolos de cenoura está aumentando, João decide aumentar o preço de venda desse sabor para P reais. No entanto, para manter um equilíbrio nas vendas, ele reduz o preço do bolo de chocolate. O valor de venda dos bolos foi escolhido de forma que ele tenha um lucro de R$ 420,00 se vender 12 bolos de chocolate e 12 bolos de cenoura. O valor escolhido para o bolo de chocolate foi de:

   a) $12 - P$ b) $12 + P$ c) $52 - P$ d) $52 + P$

3. Uma moeda viciada tem 60% de chance de cair em cara e 40% de cair em coroa. Ao lançá-la três vezes, qual é a probabilidade de todas as jogadas resultarem na mesma face?

   a) $\frac{1}{25}$ b) $\frac{7}{25}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{7}{100}$

4. O lado de cada quadradinho mede 1. Qual é o comprimento mínimo possível de um trajeto do Começo ao Fim, se só se pode ir pelos lados ou pelas diagonais dos quadradinhos?



   a) $2 + 2\sqrt{2}$ b) $4\sqrt{2}$ c) $3 + 2\sqrt{2}$ d) 6

5. Seja $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ a função definida nos racionais, que são os números que podem ser escritos como uma fração $\frac{a}{b}$, onde a e b são inteiros e $b \neq 0$. A função é definida por

$$f(\tfrac{a}{b}) = \tfrac{a+b}{b}.$$

É correto afirmar que

a) A imagem de f tem apenas um elemento

b) A função f não é bijetora

c) A função f é injetora

d) f é uma função par, isto é, $f(x) = f(-x)$ para qualquer $x \in \mathbb{Q}$

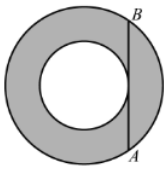
6. As duas raízes da equação $x^2 - 73x + c = 0$ são números primos. Qual é o valor da multiplicação dos dígitos de c?

a) 42 b) 8 c) 7 d) 21

7. Um número primo p é chamado de *número primo de Sophie Germain* se $2p + 1$ é também primo. Qual das alternativas abaixo é um primo de Sophie Germain?

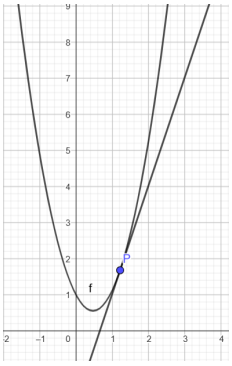
a) 7 b) 17 c) 23 d) 31

8. A corda AB é tangente à menor de duas circunferências concêntricas. Se o comprimento do segmento AB é 10, qual é a área da região sombreada?



a) 25π b) 5π c) $\sqrt{5}\pi$ d) Depende do raio.

9. A figura a seguir mostra a parábola $y = 2x^2 + Bx + 1$ sendo tangenciada pela reta $y = 3x - 2$, apenas no ponto p.



Neste caso, pode-se deduzir que o valor de B é:

a) $3 + 2\sqrt{6}$ b) $2 + 3\sqrt{6}$ c) $3 - 2\sqrt{6}$ d) $3 - 2\sqrt{3}$

10. Para quantos inteiros n entre 1 e 50 o número n^n é um quadrado perfeito?

a) 25 b) 24 c) 20 d) 29

11. Três dos números 3, 5, 25, 27, 45 e 81 têm como produto 2025. Qual é a sua soma?

a) 55 b) 52 c) 23 d) 50

12. Em uma usina nuclear, um resíduo radioativo é colocado dentro de uma esfera de chumbo, com diâmetro D metros, a qual é colocada dentro de uma piscina de base quadrada, com paredes de chumbo. A esfera toca as paredes e o fundo da piscina e o espaço vazio é preenchido com água pesada. O volume de água pesada, necessário para que a esfera fique totalmente submersa, deve ser maior que:

a) $D^3\left[1-\frac{\pi}{6}\right]$ b) $D^3\left[2-\frac{\pi}{6}\right]$ c) $D^3\left[1-\frac{\pi}{12}\right]$ d) $D^3\left[1-\frac{2\pi}{3}\right]$

13. Na astrofísica, a Luminosidade de uma estrela é dada pela equação

$$L = \pi\sigma D^2 T^4,$$

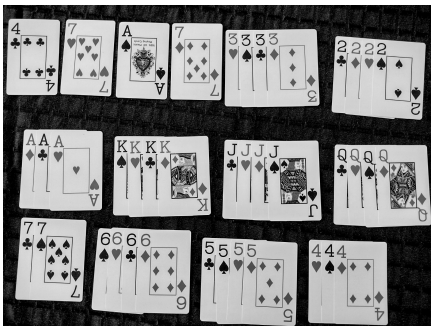
onde T é a temperatura da estrela, D o diâmetro, π e σ são constantes. Se um astrofísico percebeu que o diâmetro de uma estrela reduziu 75%, mas sua Luminosidade não se alterou, pode-se deduzir que a temperatura da estrela aumentou:

a) 25% b) 50% c) 75% d) 100%

14. Sejam X um conjunto com 10 elementos e Y um conjunto com 15 elementos. A quantidade de funções injetoras (injetivas) $f : X \to Y$ é equivalente a:

a) $\frac{15!}{10!}$ b) $\frac{15!}{9!}$ c) $\frac{15!}{5!}$ d) $6 \cdot \frac{10!}{15!}$

15. A imagem abaixo mostra todas as cartas do jogo de truco Mineiro, na ordem decrescente, da esquerda para direita e de cima para baixo. São um total de 40 cartas.



Numa escolha aleatória de três cartas, a probabilidade de sair pelo menos um Ás é determinada por?

Observação: $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

a) $1-\frac{C_3^{36}}{C_3^{40}}$ b) $\frac{C_3^{36}}{C_3^{40}}$ c) $1-\frac{C_3^{37}}{C_3^{40}}$ d) $\frac{C_3^{37}}{C_3^{40}}$