



O ESTUDO DE ÍNDICES ASSOCIADOS A CAMPOS DE VETORES EM PONTOS SINGULARES

José Carlos da Silva¹, Fernando Lourenço²

A ideia de campos de vetores é uma noção amplamente presente em diversas disciplinas acadêmicas. Dentro desse contexto, uma variedade de fenômenos naturais e físicos são analisados por meio de campos vetoriais. Por exemplo, na biologia, encontramos o estudo do campo presa-predador, que visa compreender o controle biológico de pragas em plantações de cana-de-açúcar. Na física, fazemos uso de campos vetoriais para descrever o movimento de partículas em um fluido e a direção da corrente elétrica em um fio condutor, entre outros aspectos. Além disso, campos vetoriais também são aplicados para representar a velocidade dos ventos e as correntes oceânicas, sendo particularmente valiosos em pesquisas meteorológicas, onde explicam a complexidade de realizar previsões climáticas precisas. Na matemática, esses campos desempenham um papel fundamental em áreas como Teoria das Singularidades, Equações Diferenciais e Topologia, contribuindo para a compreensão de uma ampla gama de fenômenos e propriedades. Assim, o objetivo desse trabalho é apresentar um estudo dos índices associados a campos de vetores em pontos singulares. Para compreender o comportamento de um campo vetorial nas imediações de um ponto singular p , é crucial recorrer a certos invariantes definidos para esse ponto. Um dos invariantes mais elementares associados a um campo vetorial em uma singularidade isolada é o índice de Poincaré-Hopf. Este invariante, além de sua notória importância, é considerado um elo unificador entre ramos distintos da matemática, notadamente a Topologia Algébrica e a Topologia Diferencial. Essa conexão entre diferentes áreas é viabilizada por um resultado essencial que foi estabelecido por H. Poincaré em 1885 para dimensões 2 e subsequentemente generalizado para dimensões superiores por H. Hopf em 1927, sendo denominado Teorema de Poincaré-Hopf. Esse importante teorema diz que a característica de Euler de uma variedade diferenciável compacta M é igual a soma dos índices de Poincaré-Hopf das singularidades isoladas de um campo de vetores contínuo v definido em M , independente da escolha do campo v .

Palavras-chave: Campo de Vetores; Variedades; Singularidades; Índices.

¹Universidade Federal de Lavras. jose.silva19@estudante.ufla.br

²Universidade Federal de Lavras - DMM. fernando.lourenco@ufla.br