



Um Estudo das Transformações de Möbius no Plano Complexo Estendido sob a Perspectiva da Composição de Funções

Gabriel Alvarenga de Oliveira¹, Osnel Broche Cristo²

As Transformações de Möbius são funções de variáveis complexas que formam um grupo com a composição e possuem diversas propriedades interessantes, como, por exemplo, a preservação de ângulos entre curvas e a transformação de retas e circunferências em retas ou circunferências. Além disso, as Transformações de Möbius resultam da composição de Transformações Afins e da Transformação Recíproca, que, por sua vez, é uma composição da inversão na circunferência unitária e da Reflexão no eixo real. Nesse sentido, este trabalho tem por objetivo apresentar um estudo detalhado de como Transformações Afins, Reflexões e Inversões agem sobre os pontos do plano complexo estendido, possibilitando uma melhor compreensão do comportamento gráfico e das propriedades geométricas da Transformação de Möbius. Feito isso, demonstramos o Teorema Fundamental das Transformações de Möbius e o Princípio da Simetria. O Teorema Fundamental diz que: existe uma única Transformação de Möbius levando quaisquer três pontos distintos do plano complexo estendido em quaisquer três pontos distintos do plano complexo estendido. Como consequência deste teorema, temos que se C_1 e C_2 são duas circunferências, então sempre é possível construirmos uma Transformação de Möbius T tal que $T(C_1) = C_2$. Já o Princípio da Simetria nos diz que Transformações de Möbius preservam pontos simétricos, ou seja, z e z^* são simétricos em relação a circunferência (ou reta) C se, e somente se $T(z)$ e $T(z^*)$ são simétricos com respeito a circunferência (ou reta) $T(C)$.

Palavras-chave: Transformação de Möbius. Transformações Afins. Transformação Recíproca. Teorema Fundamental das Transformações de Möbius. Princípio da Simetria.

¹Universidade Federal de Lavras. grl Alvarenga13@gmail.com

²Universidade Federal de Lavras, DMM. osnel@ufla.br