



V SEMANA DA MATEMÁTICA  
DA UFPA

25 A 29 DE OUTUBRO DE 2021



## Espaços de Lindelöf e o Problema de Michael

Alexssandra Thais Pereira Alves de Souza,<sup>1</sup> Rodrigo Roque Dias<sup>2</sup>.

O conceito de espaço de Lindelöf é uma generalização natural da noção de espaço topológico compacto, a qual manifesta comportamento drasticamente diferente de compacidade já em suas propriedades básicas. Por exemplo, a propriedade de Lindelöf (ao contrário da compacidade) em geral não é preservada em produtos topológicos; em particular, pode-se perguntar se o produto topológico de um espaço de Lindelöf com o espaço dos números irracionais deve necessariamente ser um espaço de Lindelöf. Esta pergunta é conhecida como Problema de Michael, e é hoje um dos principais problemas em aberto na área de topologia geral. Um espaço de Lindelöf regular cujo produto com o espaço dos irracionais não é de Lindelöf recebe o nome de espaço de Michael; há diversas construções de exemplos consistentes de espaços de Michael, porém uma resposta definitiva para o Problema de Michael ainda não foi obtida. O objeto de estudo neste projeto são espaços de Lindelöf e alguns problemas em aberto relacionados a eles. Mostramos algumas construções consistentes de um espaço de Michael — assumindo hipóteses adicionais a ZFC (Zermelo-Fraenkel com o Axioma da Escolha), como a Hipótese do Contínuo, que é a afirmação  $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ . Tratamos também do problema de Arkhangel'skiĭ sobre a cardinalidade de espaços de Lindelöf satisfazendo o primeiro axioma de enumerabilidade, e veremos algumas considerações acerca de espaços produtivamente de Lindelöf — propriedade acerca da preservação da propriedade de Lindelöf por produtos topológicos.

**Palavras-chave:** espaços de Lindelöf; produtivamente de Lindelöf; espaços de Michael.

---

<sup>1</sup>Universidade Federal do ABC

<sup>2</sup>Universidade Federal do ABC